SÉRIE : B
N° D'ORDRE : 156
N° DE SÉRIE : 93

THESE

présentée

devant L'UNIVERSITE DE RENNES

U. E. R. STRUCTURE ET PROPRIETES DE LA MATIERE

pour obtenir

Le grade de DOCTEUR ES-SCIENCES

par

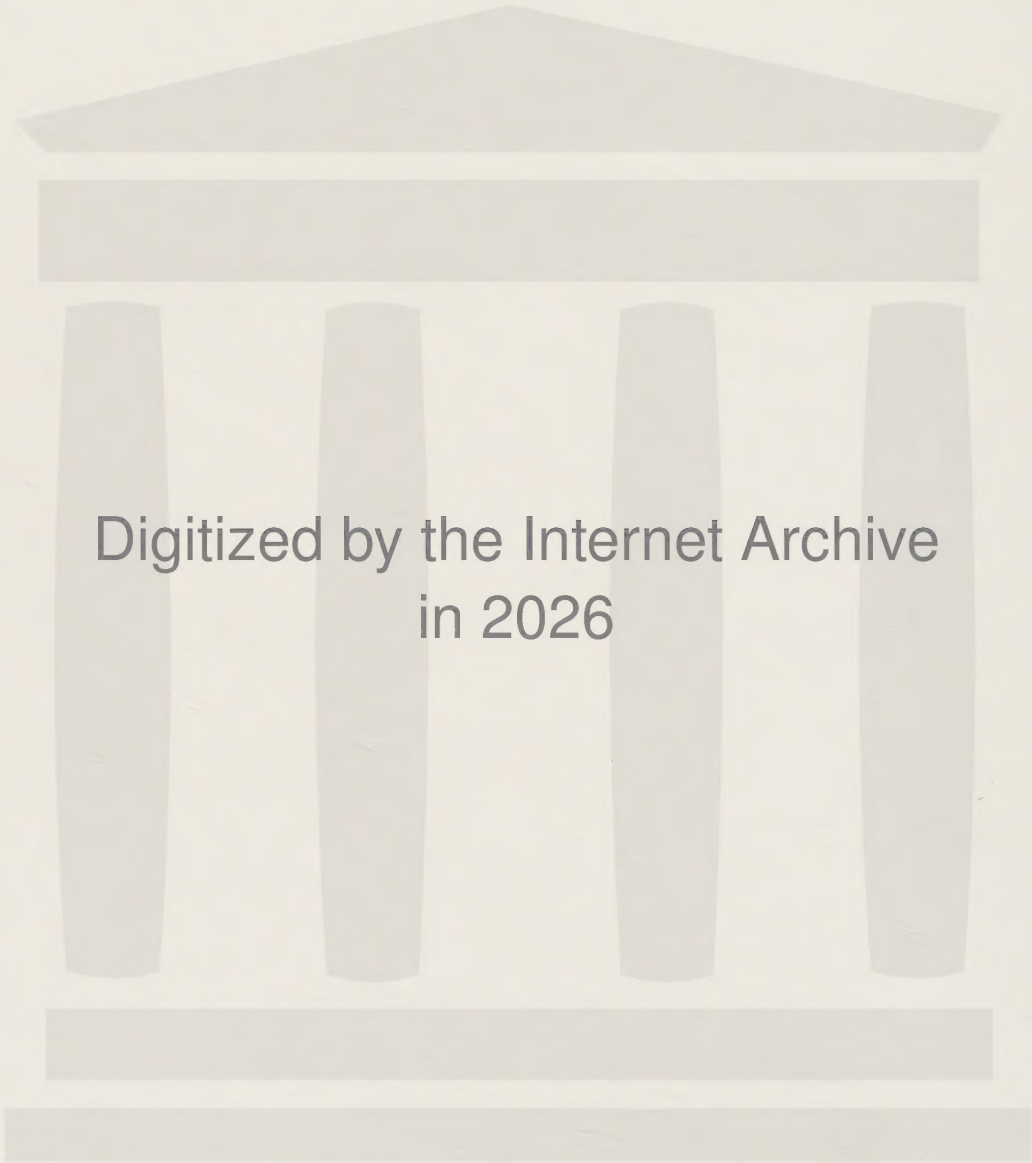
Monique HAGENE

Production et étude de faisceaux moléculaires supersoniques, à symétrie plane, de gaz purs et de mélanges binaires.

Soutenue le 19 Juin 1972 devant la Commission d'Examen

M. M. VACHER — Président

M. D. EUVRARD
M. O. HAGENA
M. G. SCOLES
M. R. CAMPARGUE
— Examinateurs


Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552708_0009

SÉRIE : B
N° D'ORDRE : 156
N° DE SÉRIE : 93

THESE

présentée

devant L'UNIVERSITE DE RENNES

U. E. R. STRUCTURE ET PROPRIETES DE LA MATIERE

pour obtenir

Le grade de DOCTEUR ES-SCIENCES

par

Monique HAGENE

Production et étude de faisceaux moléculaires supersoniques, à symétrie plane, de gaz purs et de mélanges binaires.

Soutenue le 19 Juin 1972 devant la Commission d'Examen

M. M. VACHER	Président
M. D. EUVRARD M. O. HAGENA M. G. SCOLES M. R. CAMPARGUE	Examinateurs

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

UNIVERSITE DE RENNES

U.E.R. issues de la FACULTE DES SCIENCES

Doyens Honoraires

M. MILON Y.
M. TREHIN R.
M. SCHMITT M.
M. LE MOAL H.
M. MARTIN Y.
M. BOCLE J.

Professeurs Honoraires

M. FREYMANN R.
M. HAGENE P.
M. POISSON R,
M. ROHMER R.
M. TREHIN R.
M. SALMON-LEGAGNEUR F.
M. des ABBAYES H.
M. MILON Y.

Maîtres de Conférences Honoraires

M. GRILLET L.
M. LECRECQ A.

Mathématiques

Professeurs

Melle CHARPENTIER M.
M. GUERINDON J.
M. METIVIER M.
M. GIORGIUTTI I.
M. BRUNEL A.
M. TOUGERON J.C.

Maîtres de Conférences & Chargés de Cours

M. LEGOUPIL J.
M. HOUDEBINE J.
M. EUVRARD D.
M. LIEUTAUD M.
M. NEDELEC J.C.
M. VERJUS J.P.
M. TRILLING L.
M. KEANE M. (Professeur associé)
M. GILDELAMADRID (Prof. associé)

Physique

M. VACHER M.
M. VIGNERON L.
M. LE BOT J.
Mme ROBIN née SALOMOND
M. ROBIN S.
M. LE MONTAGNER S.
M. MEVEL J.Y.
M. MEINNEL J.
M. REGENSTREIF E.
M. BRUN P.
M. LE ROUX E.
M. DUBOST
M. GUIDINI
M. HAEUSLER C.
M. ARQUES P.Y.
M. DECAMPS E.
M. NUSIMOVICI M.A.

Chimie

M. VENE J.
M. LEVAS E.
M. PELTIER D.
M. PRIGENT J.
M. JOUAN P.
M. FOUCAUD A.
M. LANG J.
M, CARRIE R.
M. GUERILLOT C.
M. KERFANTO M.
M. DABARD R.

M. GRANDJEAN D.
M. LUCAS J.
M. DUVAL J.
M. TALLEC A.

Zoologie

M. RICHARD G.
M. MAILLET P.
M. BOISTEL J.
M. RAZET P.
M. FOLLIOT R.
M. ALLEGRET P.
M. MANIEY J.
M. JOLY J.
M. POSTEL (Professeur associé)

M. LEFEUVRE J.C.

Botanique

M. VILLERET S.
M. CLAUSTRES G.
Melle GOAS M.
Melle GOAS G.

Mme LEMOINE C.
M. TOUFFAIT

Géologie

M. COGNE J.
Melle DURAND S.
M. PHILIPPOT A.

M. BOILLOT G.
M. HAMEURT J.

Le Secrétaire Général de l'Université

M. BOURDIGUEL R.

à mes parents

à Monsieur le Professeur VACHER

en témoignage de ma gratitude

Ce travail a été effectué au laboratoire de Physique Moléculaire de l'Université de Rennes, sous la direction de Monsieur le Professeur VACHER à qui j'exprime toute ma gratitude pour m'avoir accueillie dans son laboratoire et m'avoir prodigué ses conseils et ses encouragements.

Très sensible à l'honneur que m'ont fait le Professeur SCOLES de l'Université de Gènes et le Dr. O. HAGENA du Kernforschungszentrum de Karlsruhe en s'intéressant à ce travail et en venant à Rennes le juger, je les prie de trouver ici l'expression de ma profonde reconnaissance.

J'adresse mes remerciements à Monsieur R. CAMPARGUE, Ingénieur au C.E.N. et à Monsieur P. EUVRARD, Maître de Conférences de Mathématiques à l'Université de Rennes, d'avoir accepté de participer à mon jury de thèse.

Je ne saurais oublier que je dois à Monsieur FREYMANN, Professeur de Physique à l'Université de Paris, mon initiation à la Recherche et que pendant cinq ans il s'est efforcé de me communiquer son enthousiasme pour cette activité ; qu'il trouve ici l'expression de ma reconnaissance et de ma gratitude.

Monsieur et Madame ROBIN, Professeurs de Physique à l'Université de Rennes, ont bien voulu mettre à ma disposition du matériel nécessaire pour mener à bien ce travail, je les prie d'agréer mes bien vifs remerciements.

Madame D. PASQUERAULT a participé à l'obtention et à l'interprétation des résultats dans le cadre d'une étroite collaboration,

qu'elle trouve ici un témoignage de bien sincère amitié.

Je remercie vivement Monsieur J.P. TREGUIER qui, durant deux ans, a participé aux travaux de notre équipe.

J'adresse enfin mes remerciements à mes collègues et à tout le personnel du laboratoire qui de quelque manière que ce soit m'ont aidé au cours de ce travail et pour la réalisation matérielle de ce mémoire.

Sommaire

INTRODUCTION.

1. —— PRODUCTION ET ETUDE DE FAISCEAUX MOLECULAIRES SUPERSONIQUES DE GAZ PURS.

Page

1.1. ———— PRINCIPE DE LA PRODUCTION DES FAISCEAUX SUPERSONIQUES. 5

1.2. ———— AVANTAGES DES FAISCEAUX SUPERSONIQUES SUR LES FAISCEAUX CLASSIQUES. 6

1.3. ———— APPAREILLAGE. 7

1.3.1. ———— La buse convergente. 7

1.3.2. ———— L'éplucheur. 9

1.3.3. ———— Le collimateur. 11

1.3.4. ———— Description des diverses enceintes de l'appareil. 11

1.3.5. ———— Système de détection du faisceau moléculaire. 12

1.4. ———— ETUDE THEORIQUE DE LA DETENTE LIBRE. 13

1.4.1. ———— Etude de la détente à partir de la théorie du flux continu. 14

1.4.1.1. ———— Calcul de la température et de la pression dans le jet. 14

1.4.1.2. ———— Calcul théorique du nombre de Mach le long de l'axe du flux. 15

1.4.1.3. ———— Calcul semi-empirique, semi-théorique du nombre de Mach par la méthode de BIER et SCHMIDT pour une buse de révolution. 17

1.4.1.3.1. —— Etude de la structure de la détente à la sortie de la buse : position du disque de Mach. 17

1.4.1.3.2. —— Détermination du nombre de Mach. 18

Page

1.4.1.4. ——— Application de la méthode de BIER et SCHMIDT à une buse à symétrie plane. 19

1.4.1.5. ——— Mise en évidence d'une limite M_t du nombre de Mach. 21

1.4.2. ——— Etude de la détente à symétrie plane à partir de la théorie cinétique. 24

1.4.2.1. ——— Résolution de l'équation de Boltzmann dans le cas d'une anisotropie des températures. 25

1.4.2.2. ——— Etude de la variation des températures longitudinales et transversales. Nombre de Mach terminal. 36

1.5. ——— ETUDE DE L'EXTRACTION DU CENTRE DU JET PAR L'EPLUCHEUR. 47

1.5.1. ——— Détermination théorique des angles extérieur $2\theta_e$ et intérieur $2\theta_i$ de l'éplucheur. 47

1.5.1.1. ——— Détermination de l'angle extérieur $2\theta_e$. 47

1.5.1.2. ——— Détermination de l'angle intérieur $2\theta_i$. 50

1.5.2. ——— Considérations sur la forme de l'éplucheur. 50

1.5.3. ——— Déformations du système d'ondes de choc par l'éplucheur. 52

1.6. ——— ETUDE COMPARATIVE DES VITESSES, DES ENERGIES ET DES INTENSITES D'UN FAISCEAU CLASSIQUE ET D'UN FAISCEAU SUPERSONIQUE. 53

1.6.1. ——— Loi de distribution de vitesses. 53

1.6.2. ——— Calcul des vitesses et des énergies du faisceau supersonique à symétrie plane. 54

1.6.2.1. ——— Vitesses. 54

1.6.2.2. ——— Energie. 55

1.6.2.3. ——— Avantages du faisceau supersonique au point de vue des vitesses. 55

1.6.3. ——— Calcul des intensités du faisceau supersonique à symétrie plane. 56

1.6.3.1. ——— Intensité . 56

1.6.3.2. ——— Avantages du faisceau supersonique au point de vue des intensités. 59

Page

1.7. ———— ETUDE EXPERIMENTALE. 59

1.7.1. ———— Mode opératoire. 59

1.7.2. ———— Résultats expérimentaux et interprétation. 63

1.7.2.1. ———— Etude de la variation d'intensité d'un faisceau d'argon en fonction des divers paramètres. 63

1.7.2.1.1. —— Etude de la décroissance d'intensité jusqu'à un minimum. Variation de la position de ce minimum en fonction des divers paramètres. 64

1.7.2.1.2. —— Etude de la variation d'intensité après le minimum. 69

1.7.2.1.2.1. — Interaction du faisceau avec l'éplucheur. 70

1.7.2.1.2.2. — Influence de la pression p_1. 72

1.7.2.1.2.3. — Intensité théorique corrigée et prévision des maxima d'intensité en fonction de b, à p_o constant. 76

1.7.2.1.2.4. — Variation de l'intensité du faisceau en fonction de p_o. Existence d'un maximum maximorum d'intensité. 78

1.7.2.1.2.5. — Influence de la pression p_2. 82

1.7.2.1.3. —— Etude des distributions des intensités dans l'espace. 84

1.7.2.1.3.1. — Distribution des intensités en aval de l'éplucheur. 84

1.7.2.1.3.2. — Distribution des intensités dans la direction x. 85

1.7.2.1.3.3. — Distribution des intensités dans la direction y. 88

1.7.2.2. ———— Extension de l'étude précédente à divers gaz. 89

1.7.2.2.1. —— Calcul du nombre de Mach pour les divers gaz. 94

1.7.2.2.2. —— Influence de la pression p_1. 96

1.7.2.2.3. —— Intensités expérimentales obtenues. 98

1.7.3. ———— Etude de la distribution des vitesses dans le faisceau. 101

1.7.3.1. ———— Méthode de temps de vol. 101

1.7.3.1.1. —— Principe de la méthode. 101

1.7.3.1.2. —— Détermination de la vitesse hydrodynamique et de la température du faisceau. 102

1.7.3.1.3. —— Limite du pouvoir de résolution de la méthode de temps de vol. 105

Page

1.7.3.2. ——— Description du montage. 106

1.7.3.2.1. —— Choix des divers paramètres relatifs au temps de vol. 107

1.7.3.2.2. —— Dispositif de mesure du signal. 108

1.7.3.2.2.1. — Origines du bruit. 110

1.7.3.2.2.2. — Amélioration du rapport signal/bruit. 111

1.7.3.2.2.3. — Détermination de l'origine des temps. 112

1.7.3.3. ——— Résultats expérimentaux. 113

1.7.3.3.1. —— Etude de la variation du nombre de Mach. 113

1.7.3.3.1.1. — Influence de la pression p_1 et de la distance b. 113

1.7.3.3.1.2. — Influence de la pression p_o. 118

1.7.3.3.2. —— Variation de la température longitudinale. 119

2. —— PRODUCTION ET ETUDE DE FAISCEAUX MOLECULAIRES SUPERSONIQUES DE MELANGES BINAIRES DE GAZ.

2.1. ———— AUGMENTATION DE L'ENERGIE ET EFFET DE SEPARATION POUR DES MELANGES BINAIRES. 125

2.2. ———— MECANISMES DE L'EFFET DE SEPARATION. 127

2.2.1. ——— Etude théorique du mécanisme de diffusion par gradient de pression. 127

2.2.1.1. ——— Résolution de l'équation de Chapman-Enskog. 127

2.2.1.2. ——— Application aux gaz monoatomiques dans le cas d'une buse à symétrie plane. 135

2.2.2. ——— Autres mécanismes. 137

2.2.2.1. ——— Influence de l'écart entre les vitesses du composant lourd et du composant léger. 137

2.2.2.2. ——— Séparation par effet de sonde. 138

2.2.2.3. ——— Effet de diffusion. 139

2.3. ———— ETUDE DE LA DETENTE A SYMETRIE PLANE A PARTIR DE LA THEORIE CINETIQUE. 140

Page

2.4. ———— ETUDE EXPERIMENTALE. 145

2.4.1. ———— Mode opératoire. 145

2.4.2. ———— Résultats expérimentaux. 145

2.4.2.1. ———— Variation de l'intensité du faisceau d'argon en fonction des divers paramètres. 145

2.4.2.1.1. —— Position des minima et nombres de Mach. 146

2.4.2.1.2. —— Etude du maximum d'intensité. 148

2.4.2.2. ———— Etude de l'effet de séparation. 150

2.4.2.2.1. —— Effet de séparation théorique par gradient de pression. 151

2.4.2.2.2. —— Etude de la variation expérimentale avec les distances b de l'effet de séparation dans la chambre 3. 153

2.4.2.2.3. —— Etude de la variation expérimentale de l'effet de séparation avec f_o. 156

2.4.2.2.4. —— Influence des pressions p_o et p_1 sur l'effet de séparation. 156

2.4.2.2.5. —— Influence du rapport des masses des deux composants. 160

2.5. ———— VITESSE DE L'ARGON DANS LES MELANGES. 164

2.5.1. ———— Vitesse la plus probable. 164

2.5.2. ———— Glissement des vitesses du composant lourd par rapport à la vitesse du mélange. 168

CONCLUSION. 170

BIBLIOGRAPHIE. 173

Nomenclature

a	vitesse du son
a_e	1/2 angle sous lequel l'éplucheur est vu du centre de la buse
b	distance buse-éplucheur
b_*	position de la "source fictive"
b^*	distance à la buse où M = 1
c	distance éplucheur-collimateur
$D_{L\ell}$	coefficient de diffusion mutuelle
D_T	coefficient de diffusion thermique
d	diamètre buse
f	fraction moléculaire du composant lourd
H	enthalpie
I	intensité de faisceau en mol. st^{-1} s^{-1}
J	intensité de faisceau en mol. s^{-1}
Kn	nombre de Knudsen
k	constante de Boltzmann
k_T	rapport de diffusion thermique
M	nombre de Mach
M_t	nombre de Mach limite
m	masse d'une molécule
N	facteur d'enrichissement
n	concentration moléculaire
p	pression
Re	nombre de Reynolds
r	distance intermoléculaire
S	facteur de séparation
S	aire des fentes
Sc	nombre de Schmidt
T	température absolue
U	vitesse hydrodynamique
u	vitesse de diffusion

v vitesse d'agitation thermique

v_p vitesse la plus probable

V volume du fluide

W énergie interne

$2x$ largeur des fentes

$2y$ hauteur des fentes

z distance collimateur-détecteur

β fraction massique de composant lourd

γ rapport des chaleurs spécifiques à pression et à volume constants

δ facteur de diffusion thermique

$2\theta_e$ angle extérieur de l'éplucheur

$2\theta_i$ angle intérieur de l'éplucheur

λ libre parcours moyen

μ coefficient de viscosité

ρ densité

σ distance intermoléculaire à potentiel nul

ω vitesse relative de deux particules

$( )_0$ conditions "source"

$( )_1$ conditions "chambre de détente"

$( )_2$ conditions "chambre de collimateur"

$( )_3$ conditions "chambre d'étude"

$( )_e$ conditions dans le flux à l'éplucheur

$( )_M$ conditions au disque de Mach

$( )_{\parallel}$ conditions longitudinales

$( )_{\perp}$ conditions transversales

$( )_L$ composant lourd

$( )_\ell$ composant léger

$(\bar{})$ valeur moyenne

Introduction

Il est apparu que l'application des faisceaux moléculaires obtenus par effusion d'un gaz à travers une fente (faisceaux classiques ou de four) est limitée par les possibilités de détection dues à leur faible intensité. KANTROWITZ et GREY |1| suggérèrent une nouvelle technique de production de faisceaux moléculaires par accélération aérodynamique du gaz en détendant celui-ci à travers une petite tuyère. Cette technique devait permettre d'augmenter l'intensité du faisceau et de rétrécir le spectre des vitesses. KISTIAKOWSKY et SCHLICHTER |3| essayèrent de mettre au point la technique, mais ne purent obtenir des résultats satisfaisants par manque de pompes à vide assez puissantes.

En 1954 BECKER et Coll. |2| mirent au point la technique et obtinrent des faisceaux moléculaires supersoniques à symétrie axiale. Depuis de nombreux groupes de chercheurs sont engagés dans le développement et les applications de cette technique.

En vue d'étudier des sections efficaces, nous avons entrepris de mettre au point un appareil basé sur le principe de KANTROWITZ-GREY. Pensant que pour un faisceau supersonique l'utilisation de fentes donne les mêmes avantages que pour une source effusive, nous avons entrepris de réaliser, de mettre au point et d'étudier des faisceaux moléculaires supersoniques produits par détente à travers une buse-fente. Au moment où nous avons entrepris ce travail, aucun dispositif de faisceau moléculaire supersonique n'avait été mis au point en France.

Dans la première partie de ce travail, nous étudions les faisceaux de gaz purs. Nous donnerons d'abord un bref aperçu du principe des faisceaux supersoniques, puis nous décrirons l'appareil utilisé. Pour com-

prendre les phénomènes et tenter de les expliquer, nous avons développé diverses études théoriques de la détente libre à la sortie de la buse à symétrie plane en nous basant sur l'étude faite par BIER et SCHMIDT |11| à partir de la théorie du flux continu (étude macroscopique) et celle de HAMEL et WILLIS |20| à partir de la théorie cinétique pour des buses de révolution. Nous étudierons le problème de l'interaction du flux avec la première fente. Nous exposerons ensuite nos résultats expérimentaux concernant les intensités du faisceau et sa distribution de vitesse. Nous comparerons ces résultats à ceux donnés par les théories.

Dans une deuxième partie, nous étudierons les faisceaux obtenus à partir de mélanges binaires de gaz. Nous donnerons d'abord le principe d'accélération d'un gaz lourd par un gaz léger. Nous exposerons le principe du mécanisme de séparation par gradient de pression donné par SHERMAN et plus brièvement les différents mécanismes de séparation proposés par les divers auteurs. Comme pour les gaz purs, nous ferons l'étude théorique de la détente à partir de la théorie cinétique. Nous donnerons ensuite nos résultats expérimentaux et quelques interprétations, en particulier, nous comparerons la vitesse du composant lourd dans le mélange à la vitesse théorique moyenne du mélange lui-même.

1 - Production et étude

de faisceaux moléculaires supersoniques

de gaz purs

1.1.———— PRINCIPE DE LA PRODUCTION DES FAISCEAUX SUPERSONIQUES.

Il y a une vingtaine d'années, dans la majorité des recherches faites avec des faisceaux moléculaires, les chercheurs utilisaient des faisceaux formés à partir d'une source dite "classique" (figure 1a). Mais l'utilisation de ces faisceaux était limitée par de grandes difficultés de détection ; les molécules du gaz résiduel tendant à masquer le faible débit du faisceau, le rapport signal sur bruit reste faible. En effet, il est limité par le débit à travers l'ouverture-source par le fait que les vitesses des molécules issues de F_1 étant isotropes, seule une faible proportion des molécules ayant franchi F_1 passe par F_2 dans le faisceau.

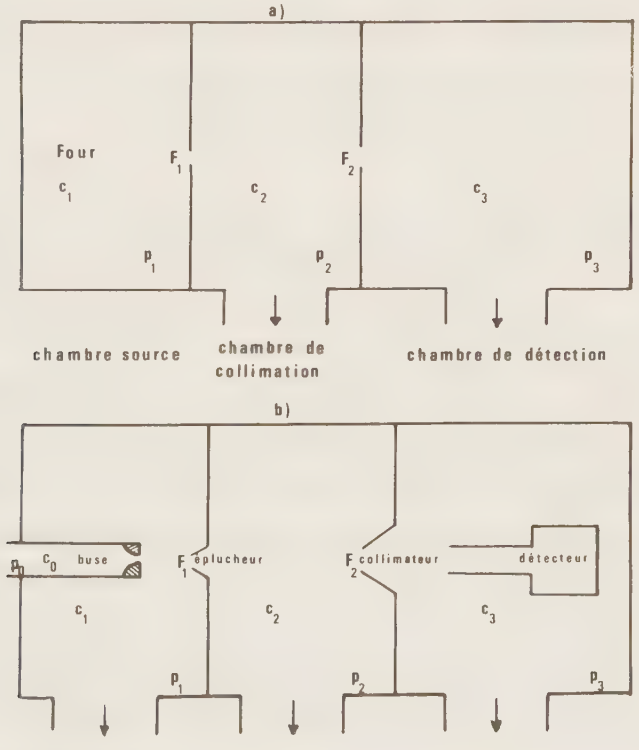


Figure 1

KANTROWITZ et GREY |1| ont suggéré de remplacer la chambre source classique par une très petite tuyère ("buse") et l'ouverture-source en paroi mince par une ouverture F_1 pratiquée au sommet d'un cône (figure 1b). Le gaz du four est alors remplacé par un écoulement supersonique obtenu par détente isentropique du gaz. C'est cet écoulement qui, dans le nouveau dispositif, remplace le gaz du four du dispositif classique. Dans ces conditions, la paroi dans laquelle est pratiquée l'ouverture F_1 constitue un obstacle dans la détente supersonique et provoque la formation d'une onde de choc. Pour éviter que cette onde de choc ne perturbe le jet, la paroi plane est remplacée par une paroi conique de sommet dirigé vers l'amont. La partie périphérique du flux est éliminée par ce cône dit "éplucheur" ("skimmer" en anglais) tandis que la partie centrale traverse F_1 puis passe à travers la seconde ouverture F_2 pour former le faisceau moléculaire. KANTROWITZ et GREY prévoient ainsi une augmentation considérable de l'intensité du faisceau. BECKER et BIER |2| vérifièrent les premiers que l'intensité obtenue par cette méthode était très supérieure à celle obtenue avec les faisceaux classiques.

1.2.———— AVANTAGES DES FAISCEAUX SUPERSONIQUES SUR LES FAISCEAUX CLASSIQUES.

Les faisceaux moléculaires produits par détente supersonique présentent des avantages considérables par rapport aux faisceaux classiques : en effet, l'enthalpie du gaz de la source est transformée, par la détente, en une énergie correspondant à un mouvement dirigé. Leur intensité est beaucoup plus grande et ils sont quasi monocinétiques.

Alors que la pression en amont de F_1 dans le dispositif classique est limitée par la condition selon laquelle le libre parcours moyen doit être au moins égal au diamètre de l'ouverture, la pression en amont de la buse n'est pas limitée par une telle condition et le débit à la première ouverture est plus grand.

En outre, les molécules du faisceau d'origine supersonique ont une vitesse hydrodynamique U presque parallèle à l'axe et supérieure à celle du faisceau classique. Par contre, leur vitesse d'agitation thermique v est plus petite. Il s'ensuit, pour ces deux raisons, que le débit à la seconde ouverture est plus grand dans le cas d'un faisceau supersonique.

D'autre part, la distribution des vitesses dans le faisceau final est d'autant plus étroite que le rapport des vitesses $\frac{U}{v}$ est plus grand et la vitesse la plus probable a une valeur plus grande que celle d'un faisceau classique équivalent.

Le procédé d'accélération aérodynamique permet donc d'augmenter l'intensité et l'énergie du faisceau et d'obtenir pour les grandes valeurs du rapport des vitesses un faisceau presque monocinétique.

1.3.——— APPAREILLAGE.

Nous avons conçu, projeté et mis au point l'appareil que nous décrivons ci-dessous.

Il comprend trois éléments principaux séparant quatre enceintes à vide. L'ensemble a été réalisé en acier inoxydable (figure 2).

1.3.1.——— LA BUSE CONVERGENTE B.

Dans les systèmes classiques de production de flux supersonique à densité élevée, on utilise couramment des buses convergentes-divergentes, la forme du divergent étant calculée pour obtenir un nombre de Mach donné à la sortie de la buse.

Dans les systèmes de faisceau moléculaire (gaz raréfiés) les avantages de l'intensité élevée et de la distribution des vitesses étroite promis par la théorie sont la conséquence de l'absence de collisions entre les molécules après la transition de l'état continu à l'état mo-

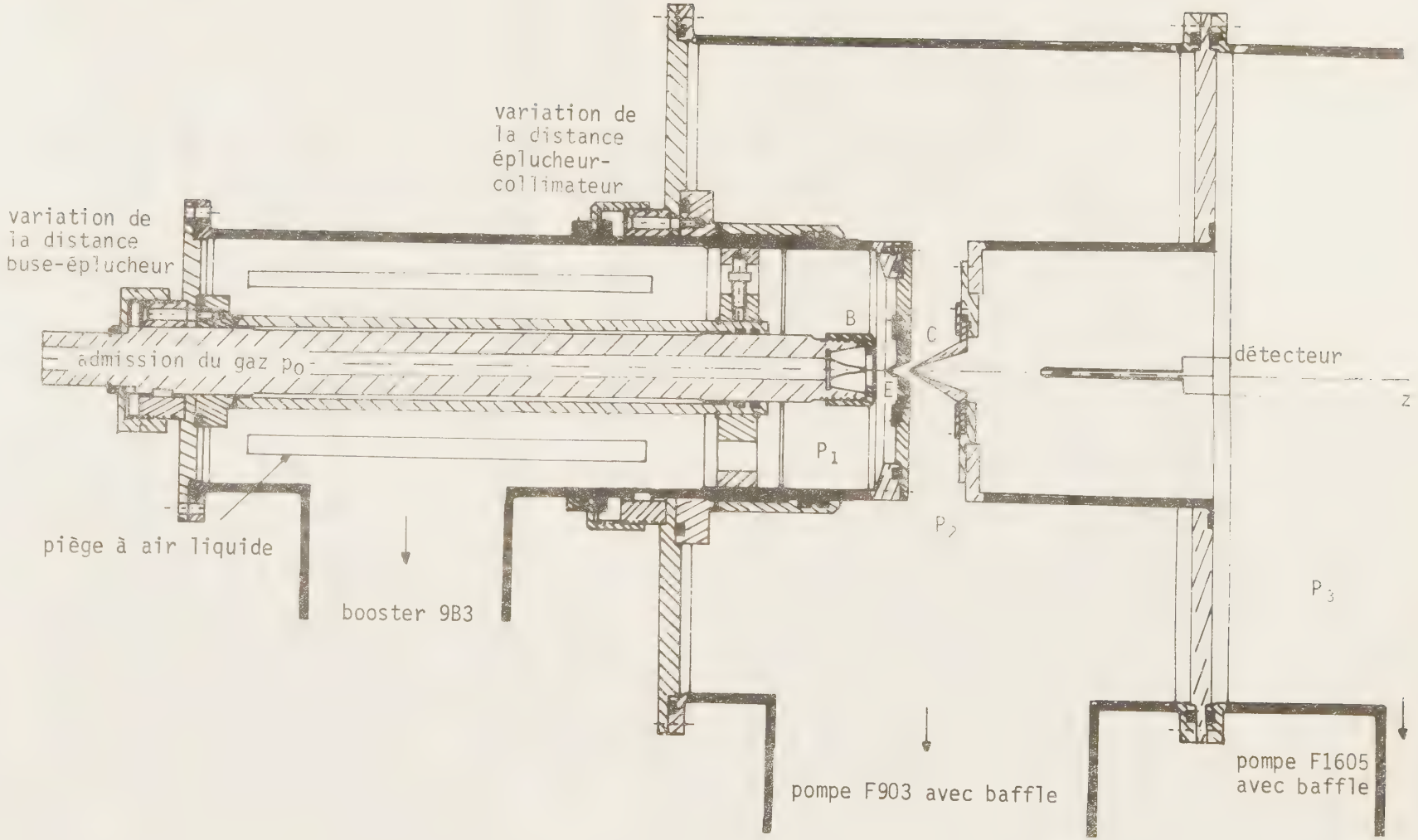

variation de
la distance
éplucheur-
collimateur
variation de
la distance
buse-éplucheur
admission du gaz p_0
B
C
E
détecteur
z
P_1
P_2
P_3
piège à air liquide
booster 9B3
pompe F903 avec baffle
pompe F1605
avec baffle

Figure 2

léculaire. Ceci implique une basse densité dans le jet au voisinage de l'éplucheur et dans la chambre buse. Pour que le système de pompage puisse maintenir cette faible densité, le débit de la buse doit être relativement faible. Par conséquent, l'aire du col de la buse devra être petit. Or l'association de petites dimensions et de faibles densités signifie des petits nombres de Reynolds. Ceux-ci caractérisent des régimes de flux dans lesquels les effets visqueux tels que les couchent limites deviennent importants. Le "noyau isentropique" à la sortie de la buse devient alors très petit et risque de disparaître entièrement.

Les premiers systèmes de production de faisceaux moléculaires supersoniques utilisaient des buses convergentes-divergentes |3| mais, à cause des effets visqueux, il y avait une grande incertitude sur l'état exact du gaz à l'entrée de l'éplucheur. BECKER et BIER |2| ont étudié l'influence de la longueur du divergent sur l'intensité du faisceau. Ils ont montré que l'intensité est de 20 % plus élevée pour une buse simplement convergente que pour une buse convergente-divergente.

Dans notre système de production de faisceau moléculaire, nous avons donc utilisé une buse simplement convergente. Sa section étant rectangulaire, deux de ses parois sont convergentes, les deux autres parois sont parallèles (figure 3). Sa fente de sortie a une largeur de 0,1 mm et une longueur de 5 mm. Les parois intérieures de la buse sont polies optiquement. Cette buse est située à l'extrêmité du tube d'arrivée du gaz. L'ensemble peut coulisser sur des joints toriques en élastomère pour faire varier sa distance b à l'éplucheur de 0 à 30 mm (figure 2). Le déplacement est repéré à l'aide d'un vernier.

1.3.2. L'EPLUCHEUR E.

L'éplucheur extrait le centre du flux supersonique et sépare la chambre-source de la chambre de collimation. Sa fente d'entrée a une section de 0,1 × 5 mm. Il est en forme de toit à quatre pans (figure 3).

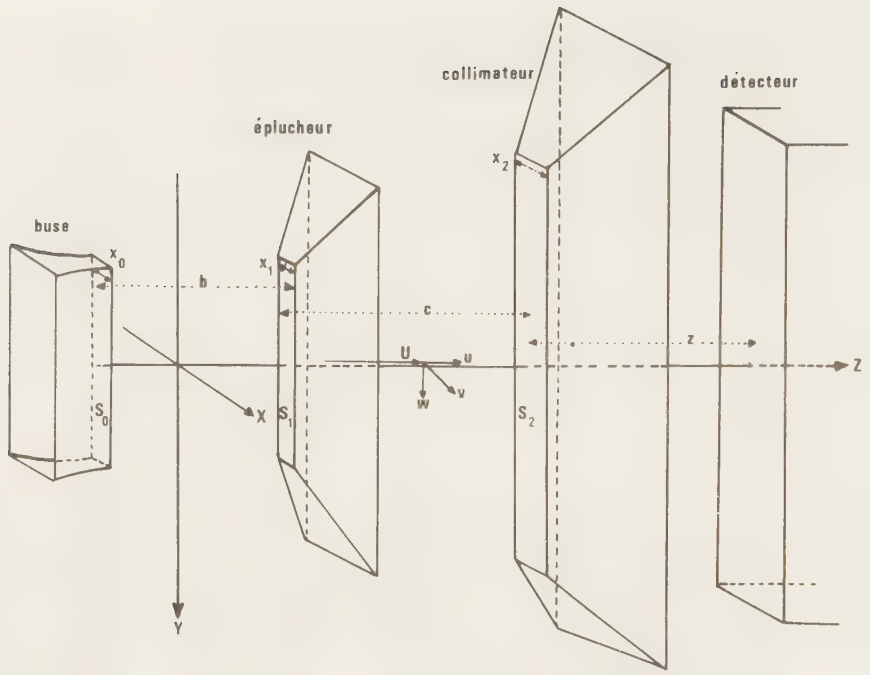


Figure 3

Les angles extérieur $2\theta_e = 62°$ et intérieur $2\theta_i = 38°$ formés par les pans opposés ont été déterminés de manière à éviter au mieux les perturbations du flux par le système d'ondes de choc formé en amont de l'éplucheur. Le calcul de ces angles sera fait au paragraphe 1.5.1. Les lèvres de la fente sont en forme de biseau pour éviter au mieux les réflexions des molécules sur les arêtes de la fente, ce qui perturberait le faisceau.

La construction d'un tel éplucheur est très délicate ; elle a été réalisée en deux parties travaillées séparément, polies optiquement sur les faces internes, puis frettées.

L'ensemble buse-éplucheur peut coulisser sur des joints toriques en élastomère pour faire varier la distance c entre l'éplucheur et le collimateur de 20 à 50 mm (figure 2).

1.3.3.——— LE COLLIMATEUR C.

Le collimateur se trouve toujours dans une région de flux moléculaire, nous lui avons donné cependant une forme semblable à celle de l'éplucheur : on évite ainsi de renvoyer dans le faisceau amont les molécules tombant en dehors de la fente ; la fente d'entrée a une largeur de 0,2 mm et une longueur de 10 mm. Il est fixe et sépare la chambre c_2 de collimation de la chambre d'étude. L'ensemble éplucheur-collimateur définit l'étendue maximum du faisceau moléculaire.

1.3.4.——— DESCRIPTION DES DIVERSES ENCEINTES DE L'APPAREIL.

Les caractéristiques des diverses enceintes à vide de l'appareil (figure 1b) sont résumées dans le tableau I.

Tableau I

	chambre amont buse (tube d'arrivée du gaz) c_0	chambre 1 ou chambre de détente (entre la buse et l'éplucheur) c_1	chambre 2 ou chambre de collimation (entre l'éplucheur et le collimateur) c_2	chambre 3 ou chambre d'étude (en aval du collimateur) c_3
système de pompage		booster 900 $1s^{-1}$ + baffle à chevrons	pompe à diffusion d'huile 900 $1s^{-1}$ + baffle à chevrons	pompe à diffusion d'huile 3000 $1s^{-1}$ + baffle à chevrons
pression	p_0 de 0 à 100 torr	p_1 de 2.10^{-3} à 5.10^{-2} torr	p_2 de 2.10^{-7} à 10^{-5} torr	p_3 5.10^{-7} torr à 10^{-6} torr
mesure de pression	manomètre métallique de Bourdon ou jauge de Pirani	jauge de Pirani	manomètre à ionisation à cathode chaude	manomètre à ionisation à cathode chaude

Les débits de pompe indiqués ne tiennent pas compte des diverses conductances.

Les chambres c_1 et c_2 renferment chacune un piège en cuivre cylindrique, concentrique à l'enceinte, muni de trous pour augmenter la conductance. Ils sont refroidis à l'air liquide et servent de cryopompe. Ils sont utilisés lorsque le faisceau moléculaire est un faisceau de gaz condensable à cette température. La chambre c_3 a une longueur de 1,50 m.

1.3.5. SYSTEME DE DETECTION DU FAISCEAU MOLECULAIRE.

La chambre d'étude renferme le système de détection du faisceau moléculaire. Ce système est constitué de deux jauges à ionisation. Pour augmenter le rapport signal-bruit, ces jauges sont munies chacune d'un tube à compression de section rectangulaire. Nous avons utilisé des tubes en verre, malgré les difficultés de réalisation. En effet, l'échauffement à l'intérieur du tube étant grand, le dégazage d'un tube métallique est important et gêne la détection. Pour éviter les réflexions des molécules vers le faisceau amont, les bords de la fente sont taillés en biseau. Le tube est fixé sur le support métallique de la jauge, l'étanchéité étant assurée par un joint métallique. Les deux tubes sont identiques, leur longueur est de 11 cm et leur fente d'entrée a 0,6 × 27 mm. Ces dimensions ont été choisies de façon que le temps de réponse du système de détection ne soit pas trop grand mais qu'il y ait tout de même un taux de compression suffisamment important.

L'une des jauges, placée suivant l'axe du faisceau en aval de la fente du collimateur, est montée sur un support pouvant subir des translations dans trois directions perpendiculaires. Les commandes de déplacement sont situées à l'extérieur de l'enceinte, les déplacements pouvant se faire sous vide. L'autre jauge, placée perpendiculairement à la première, en dehors du faisceau, permet de mesurer l'augmentation de pression résiduelle par le débit du faisceau.

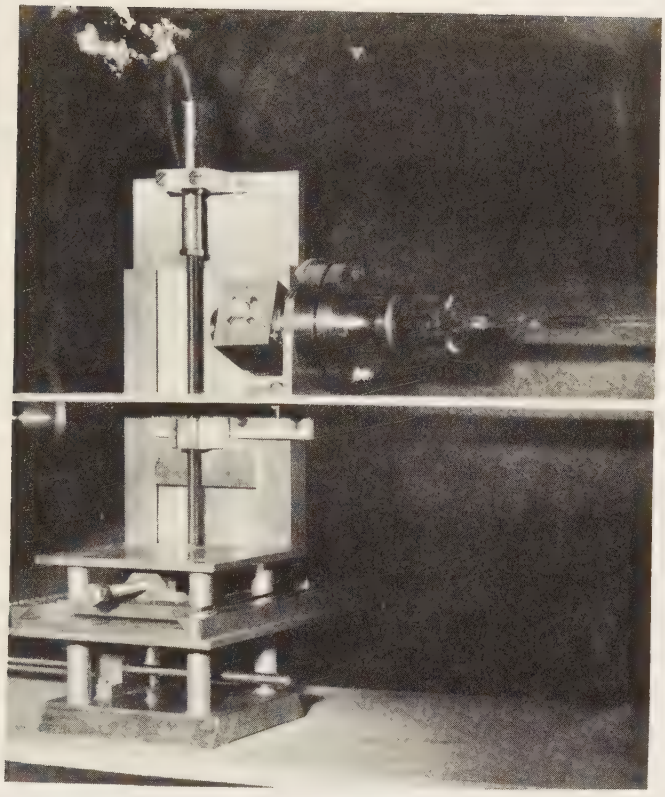


Figure 4

1.4.———— ETUDE THEORIQUE DE LA DETENTE LIBRE.

Quand le gaz se détend à la sortie de la buse, ceci se fait suivant un éventail de détente. A la limite du jet, la pression, qui est celle de la chambre de détente (p_1), devant rester constante, la réflexion des ondes de détente produit des ondes de compression et il s'ensuit une courbure de la limite du jet vers l'axe. Ces ondes de compression s'unissent pour former le "tonnelet de choc". De plus, quand le rapport des pressions de chaque côté de la buse est suffisamment grand, ce "tonnelet de choc" est relié à un choc normal ou "disque de Mach". Des chocs réfléchis sont formés et donnent des ondes de détente par réflexion sur la limite du jet. Ce processus se répète si la viscosité est suffisamment faible |12| (figure 5). Le noyau isentropique du flux à l'intérieur de ce "tonnelet de choc" a été décrit théo-

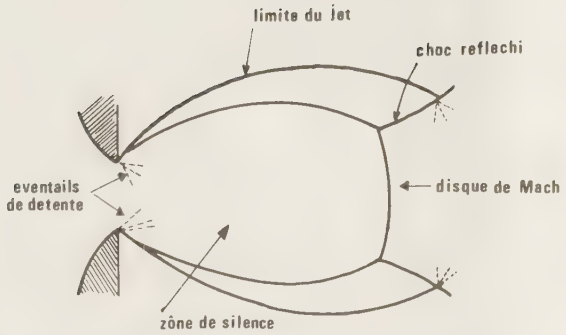


Figure 5

riquement par la méthode des caractéristiques, par exemple par OWEN et THORNHILL|4| et les résultats ont été vérifiés expérimentalement par beaucoup de chercheurs, en particulier par SHERMAN |5|.

1.4.1.——— ETUDE DE LA DETENTE A PARTIR DE LA THEORIE DU FLUX CONTINU.

1.4.1.1.——— CALCUL DE LA TEMPERATURE ET DE LA PRESSION DANS LE JET.

D'après la thermodynamique de la détente libre isentropique d'un flux continu, la conservation de l'énergie le long du flux suppose que la variation d'enthalpie H dans la détente est, quelle que soit la buse

$$H + \frac{1}{2} mU^2 = H_o$$

ou la variation d'énergie W

$$W + pV + \frac{1}{2} mU^2 = W_o + p_o V_o \qquad (1.1)$$

La vitesse U et par suite la force vive du fluide est acquise aux dépens d'une diminution d'enthalpie

$$\frac{1}{2} mU^2 = - \int_{p_o}^{p} V dp \qquad (1.2)$$

Pour un gaz parfait se détendant adiabatiquement, l'expression (1.2) devient

$$\frac{1}{2} mU^2 = \frac{\gamma k T_o}{(\gamma-1)} \left[1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \qquad (1.3)$$

Or la vitesse U est reliée au nombre de Mach M par

$$U = aM = M \left(\frac{\gamma k T}{m}\right)^{1/2} \qquad (1.4)$$

D'où

$$M^2 = \frac{2T_o}{(\gamma-1)T} \left[1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \qquad (1.5)$$

ou

$$M^2 = \frac{2}{\gamma-1} \left[\left(\frac{p_o}{p}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] \qquad (1.6)$$

La température et la pression du gaz dans le jet sont donc fonction du nombre de Mach local

$$p = \frac{p_o}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\gamma/\gamma-1}} \qquad (1.7)$$

$$T = \frac{T_o}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} \qquad (1.8)$$

1.4.1.2.—— CALCUL THEORIQUE DU NOMBRE DE MACH LE LONG DE L'AXE DU FLUX POUR UNE BUSE DE REVOLUTION.

OWEN et THORNHILL |4| ont décrit l'état de l'écoulement dans la région centrale des jets se détendant librement dans des régions de pression nulle en aval de buses soniques de révolution : ils résolvent, par la méthode des caractéristiques, l'équation du mouvement relative au flux d'un gaz idéal compressible non visqueux. Pour des rapports de détente inférieurs ou égaux à environ 200, ils admettent que le gaz sur l'axe, dans un jet détendu librement dans une région

de pression limitée, ignore la pression ambiante jusqu'à ce qu'il atteigne le disque de Mach (figure 5). Dans ces conditions, dans la région située entre la sortie de la buse et le disque de Mach, le nombre de Mach le long de l'axe est uniquement fonction de la distance b à la buse. OWEN et THORNHILL ont tracé la courbe donnant le nombre de Mach en fonction de $\frac{b}{d}$ pour une buse sonique de révolution de diamètre d et pour un rapport de chaleurs spécifiques de 7/5 (figure 6).

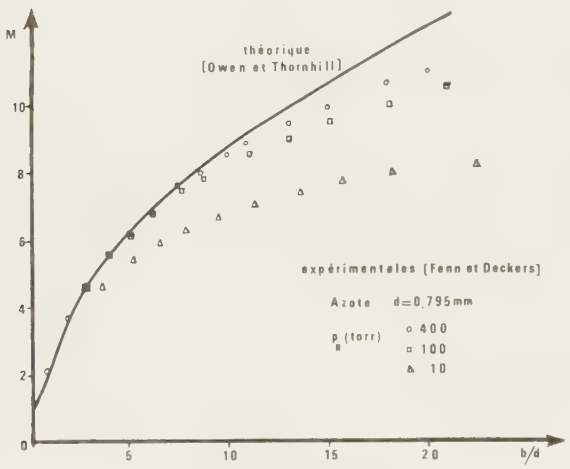


Figure 6

D'après cette courbe, pour des distances $\frac{b}{d} < 4$, le nombre de Mach de l'écoulement continu est donné par

$$M = 3{,}20\left(\frac{b}{d}\right)^{2/3} \qquad (1.9)$$

Les travaux théoriques de OWEN et THORNHILL ont été étendus théoriquement par SHERMAN |6| aux rapports de chaleurs spécifiques 5/3 et 9/7 et à des plus grandes valeurs de $\frac{b}{d}$. REIS a étudié expérimentalement, pour l'azote, le flux en aval de la buse à l'aide d'un tube de Pitot. Ses résultats ont été rapportés par FENN et DECKERS |7| et REIS et FENN |8| (figure 6). Les courbes de REIS sont en bon accord avec celle de OWEN et THORNHILL jusqu'à une valeur de $\frac{b}{d}$ d'autant plus petite que la pression en amont de la buse est plus faible. REIS et FENN expliquent la divergence de leurs courbes par rapport à celle de OWEN et THORNHILL par les effets de viscosité qui apparaissent dans la sonde. Cependant, ANDERSON et coll. |9| montrent que la courbe de OWEN et THORNHILL n'est valable que dans la région où le flux est continu. A partir de la position de la transition du flux continu en flux moléculaire, la courbe expérimentale s'écarte de la courbe théorique. Ceci correspondrait à un "gelage" du nombre de Mach (figure 7).

ASHKENAS et SHERMAN |10| ont étudié expérimentalement à l'aide d'un tube de Pitot la variation du nombre de Mach le long de l'axe du jet pour un rapport de chaleurs spécifiques de 7/5 (figure 8). Leurs points expérimentaux sont en bon accord avec la courbe de OWEN et THORNHILL.

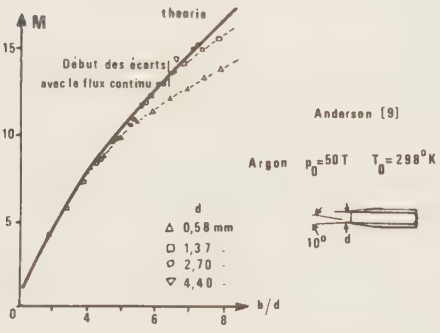


Figure 7

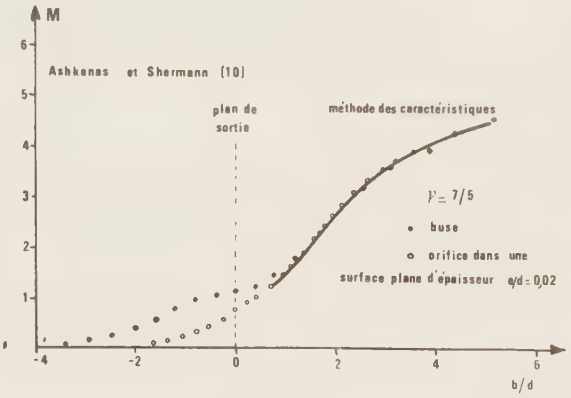


Figure 8

1.4.1.3.—— CALCUL SEMI-EMPIRIQUE, SEMI-THEORIQUE DU NOMBRE DE MACH PAR LA METHODE DE BIER et SCHMIDT |11|.

1.4.1.3.1.— Etude de la structure de la détente à la sortie de la buse : position du disque de Mach.

BIER et SCHMIDT ont étudié directement par strioscopie la forme du "tonnelet de choc" à la sortie de buses soniques. Cette méthode optique met en évidence le fait que les dimensions du "tonnelet de choc" dépendent essentiellement du rapport des pressions en amont et en aval de la buse. BIER et SCHMIDT ont déterminé en particulier, pour les buses de révolution et les buses à symétrie plane, la distance $(\frac{b}{d})_M$ à la buse où apparaît le disque de Mach en fonction du rapport de détente $\frac{p_o}{p_1}$. Ils ont tracé, pour différents gaz, pour des pressions p_o d'environ 20 atmosphères les courbes donnant la position du disque de Mach en fonction du rapport $\frac{p_o}{p_1}$. Ces courbes se superposent, montrant ainsi que la position du disque de Mach est indépendante de la nature du gaz utilisé,

c'est-à-dire de la valeur du rapport des chaleurs spécifiques. Des études, faites avec des buses de révolution de dimensions variables, montrent que la position du disque de Mach est indépendante des dimensions de la buse. DUPEYRAT et GIAT |12|, par des études de la forme du tonnelet de choc à basses pressions (500 T et 15 T), ont retrouvé les résultats de BIER et SCHMIDT et ont mis en évidence la présence du noyau isentropique.

1.4.1.3.2.— Détermination du nombre de Mach.

BIER et SCHMIDT |11| ont déterminé le nombre de Mach à partir de la position du disque de Mach $(\frac{b}{d})_M$.

En effet, le nombre de Mach en un point de l'axe du jet est relié à la pression p en ce point par la relation (1.6).

Soient p_o, T_o, n_o les conditions en amont de la buse, p', T', n' et $p_{M'}$, T_M, n_M les conditions sur l'axe du jet respectivement en amont et en aval du disque de Mach. L'état de l'écoulement avant le disque de Mach est déterminé par le rapport des densités $\frac{n_o}{n'}$ qui s'écrit

$$\frac{n_o}{n'} = \frac{p_o}{p_M} \frac{T_M}{T_o} \frac{n_M}{n'} \qquad (1.10)$$

quand le nombre de Mach augmente les rapports des densités $\frac{n_M}{n'}$ et des températures $\frac{T_M}{T_o}$ tendent vers les valeurs limites maximales et on peut écrire

$$\frac{n_M}{n'} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \left[1 - \frac{T'}{T_o}\right] \qquad (1.11)$$

$$\frac{T_M}{T_o} = \frac{4\gamma}{(\gamma + 1)^2} \left[1 - \frac{(\gamma - 1)^2}{4\gamma} \frac{T'}{T_o} \left(1 - \frac{T'}{T_o}\right)^{-1}\right] \qquad (1.12)$$

En tenant compte de l'hypothèse de ADAMSON et NICHOLLS |13|

$p_M = p_1$ = pression résiduelle en aval de la buse ; dans l'approxi-

mation supersonique $T'/T_0 \ll 1$ et en combinant les trois équations, on obtient

$$\frac{n_0}{n'} = \frac{4\gamma}{\gamma^2-1}\frac{p_0}{p_1} \qquad (1.13)$$

La détente étant isentropique, l'expression (1.13) donne

$$\frac{p_0}{p'} = \left[\frac{4\gamma}{\gamma^2-1}\frac{p_0}{p_1}\right]^{\gamma} \qquad (1.14)$$

En combinant les relations (1.6) et (1.14), on obtient une relation donnant le nombre de Mach en amont du disque de Mach en fonction du rapport de détente

$$M^2 = \frac{2}{\gamma-1}\left\{\left[\frac{4\gamma}{\gamma^2-1}\frac{p_0}{p_1}\right]^{\gamma-1} - 1\right\} \qquad (1.15)$$

BIER et SCHMIDT ont tracé la courbe donnant M en fonction de $\frac{b}{d}$ pour les trois rapports de chaleur spécifique $\gamma = 1,67$, $\gamma = 1,40$ et $\gamma = 1,30$ uniquement pour les buses de révolution. Pour $\gamma = 1,40$, leur courbe est en bon accord avec celle de OWEN et THORNHILL.

1.4.1.4.—— APPLICATION DE LA METHODE DE BIER ET SCHMIDT A UNE BUSE A SYMETRIE PLANE.

A partir des études par strioscopie de BIER et SCHMIDT donnant la position du disque de Mach en fonction de $\frac{p_0}{p_1}$ (figure 9), nous avons calculé le nombre de Mach pour une buse à symétrie plane. Nous avons déterminé l'équation de la courbe de la figure 9. Elle est de la forme

$$\left(\frac{b}{2x_0}\right)_M = 6,37\left(\frac{p_0}{p_1}\right)\left[-\frac{6,1}{p_0/p_1} + 0,46\right] \qquad (1.16)$$

Pour les grands rapports de détente (> 1000) l'expression devient

$$\left(\frac{b}{2x_0}\right)_M = 6,37\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{0,46} \qquad (1.17)$$

En remplaçant $\frac{p_o}{p_1}$ donné par l'expression (1.17) dans l'équation (1.15)

$$M^2 = \frac{2}{\gamma-1}\left[\left(\frac{4\gamma}{\gamma^2-1}\right)^{\gamma-1}\left(\frac{1}{6,37}\right)^{\frac{\gamma-1}{0,46}}\left(\frac{b}{2x_o}\right)^{\frac{\gamma-1}{0,46}} - 1\right] \qquad (1.18)$$

pour les grandes valeurs de $\frac{p_o}{p_1}$.

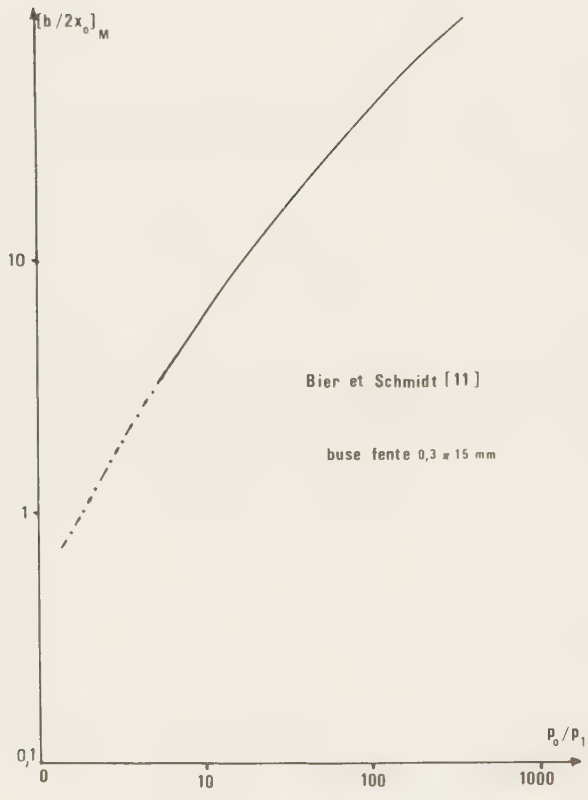


Figure 9

Les valeurs numériques des coefficients donnés par les équations (1.17) et (1.18) ne nous servent qu'à situer approximativement le disque de Mach (nous donnons quelques valeurs dans le tableau III du paragraphe 1.7) et non à calculer le nombre de Mach. Pour calculer M, nous nous sommes servis directement de la courbe de BIER et SCHMIDT (figure 9) et de la relation (1.15) (figure 10). Pour les valeurs de $\frac{b}{2x_o}$ inférieures à 6, nous avons extrapolé la courbe de BIER et SCHMIDT en considérant la forme de la courbe trouvée expérimentalement par ASHKENAS et SCHERMAN |10| pour les buses de révolution.

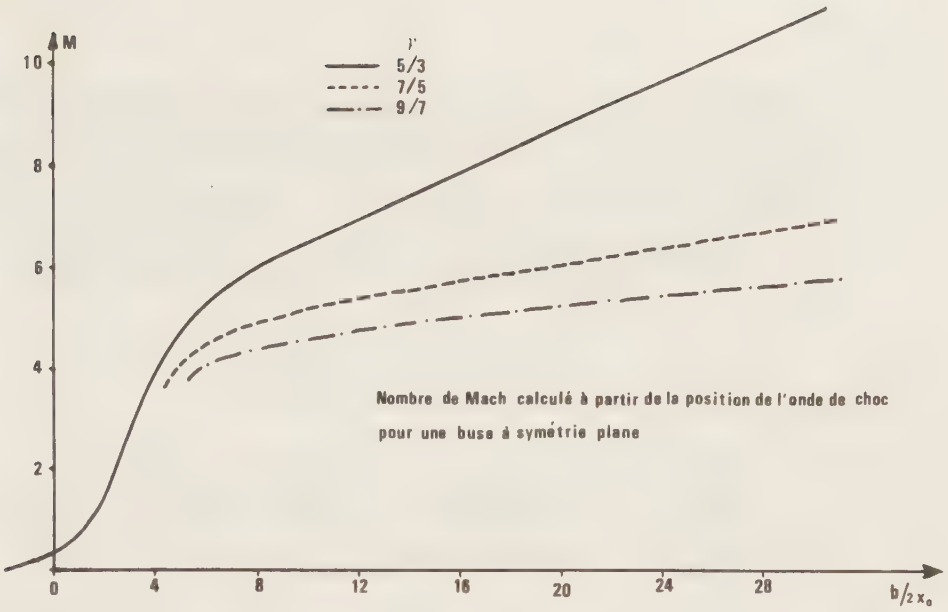


Figure 10

1.4.1.5.—— MISE EN EVIDENCE D'UNE LIMITE M_t DU NOMBRE DE MACH.

D'après la relation (1.18), il semblerait que M augmente constamment avec b. Or les études de REIS faites avec un tube de Pitot montrent que le nombre de Mach n'augmente plus lorsque la distance à la buse est grande. ANDERSON et FENN |14| ont aussi mis en évidence ce phénomène en étudiant les distributions des vitesses dans un faisceau supersonique de révolution. Ils expliquent ainsi le phénomène : l'augmentation du nombre de Mach dans la détente est le résultat de la conversion de l'énergie thermique en énergie cinétique dirigée. Ce processus nécessite des collisions entre les molécules. Dans une collision, la molécule change d'états de translation, de rotation et de vibration. Sa température et par conséquent son énergie interne diminuent au profit du mouvement moyen des molécules. La pression dans le flux diminuant le long de l'axe, il arrive un moment où la probabilité de collision devient très faible et même nulle quand le gaz est très raréfié. A partir de ce moment, le fluide ne change plus d'état et M n'augmente plus. Ce phénomène est appelé "gelage"

("freezing") de M. La raréfaction étant directement liée à la quantité de gaz qui sort de la buse, plus p_o et la dimension de la buse seront petites, plus la raréfaction et par conséquent le gelage de M apparaîtront rapidement. Le nombre de Mach terminal M_t augmente donc avec $p_o 2x_o$. Or on sait que le nombre de Knudsen est donné par

$$Kn_o = \frac{\lambda_o}{2x_o} = \frac{kT_o}{\sqrt{2}\ \pi\sigma^2 p_o 2x_o} \qquad (1.19)$$

où λ_o est le libre parcours moyen des molécules en amont de la buse et σ la distance intermoléculaire correspondant à un potentiel nul. Par conséquent M_t augmente quand Kn_o diminue.

Le gelage de M n'est pas mis en évidence par les théories du flux continu, puisque cet effet est lié à l'apparition du flux moléculaire. Les théories du flux continu ne peuvent donc décrire à elles seules le comportement d'une détente supersonique à basse pression.

OMAN et coll. [15] ont montré que pour une distance b donnée, la dérivée de M par rapport à b ne peut être supérieure à la valeur $\left[\frac{dM}{db}\right]_{max}$ donnée (pour $M \gg 1$) par

$$\left[\frac{dM}{db}\right]_{max} = \left(\frac{8}{\pi\gamma}\right)^{1/2} \varepsilon\lambda^{-1} \qquad (1.20)$$

où ε est l'efficacité de la collision.

Etant donné que pour un flux isentropique à la sortie de la buse, la densité des molécules dans le flux est donnée par

$$n = n_o \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \qquad (1.21)$$

et le nombre de Mach par la relation (1.16), nous pouvons écrire

$$n = n_o \left[\frac{4\gamma}{\gamma^2-1} \left(\frac{1}{6,37}\right)^{\frac{1}{0,46}} \left(\frac{b}{2x_o}\right)^{\frac{1}{0,46}}\right]^{-1} \qquad (1.22)$$

λ^{-1} peut alors être remplacé dans l'expression (1.20) par

$$\lambda^{-1} = \sqrt{2}\ \pi n \sigma^2 = \sqrt{2}\ \pi n_o \sigma^2 \left[\frac{4\gamma}{\gamma^2-1} \left(\frac{1}{6,37}\right)^{\frac{1}{0,46}} \left(\frac{b}{2x_o}\right)^{\frac{1}{0,46}} \right]^{-1} \qquad (1.23)$$

L'équation (1.20) devient

$$\left[\frac{dM}{db}\right]_{max} = \left(\frac{8}{\pi\gamma}\right)^{1/2} \varepsilon \lambda_o^{-1} \left[\frac{4\gamma}{\gamma^2-1} \left(\frac{1}{6,37}\right)^{\frac{1}{0,46}} \left(\frac{b}{2x_o}\right)^{\frac{1}{0,46}} \right]^{-1} \qquad (1.24)$$

ou

$$\left[\frac{dM}{d\left(\frac{b}{2x_o}\right)}\right]_{max} = \left(\frac{8}{\pi\gamma}\right)^{1/2} \varepsilon K n_o^{-1} \left[\frac{4\gamma}{\gamma^2-1} \left(\frac{1}{6,37}\right)^{\frac{1}{0,46}} \left(\frac{b}{2x_o}\right)^{\frac{1}{0,46}} \right]^{-1} \qquad (1.25)$$

L'expression (1.18) s'écrit pour les grandes valeurs de $\frac{b}{2x_o}$

$$M^2 = \frac{2}{\gamma-1} \left(\frac{4\gamma}{\gamma^2-1}\right)^{\gamma-1} \left(\frac{1}{6,37}\right)^{\frac{\gamma-1}{0,46}} \left(\frac{b}{2x_o}\right)^{\frac{\gamma-1}{0,46}} \qquad (1.26)$$

D'où pour le flux continu

$$\left[\frac{dM}{d\left(\frac{b}{2x_o}\right)}\right]_{cont.} = \left(\frac{2}{\gamma-1}\right)^{1/2} \left(\frac{4\gamma}{\gamma^2-1}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}} \left(\frac{1}{6,37}\right)^{\frac{\gamma-1}{0,92}} \frac{\gamma-1}{0,92} \left(\frac{b}{2x_o}\right)^{\frac{\gamma-1,92}{0,92}} \qquad (1.27)$$

Suivant le raisonnement d'ANDERSON et FENN |14| (figure 11), tant que

$$\left[\frac{dM}{d\left(\frac{b}{2x_o}\right)}\right]_{cont} < \left[\frac{dM}{d\left(\frac{b}{2x_o}\right)}\right]_{max}$$

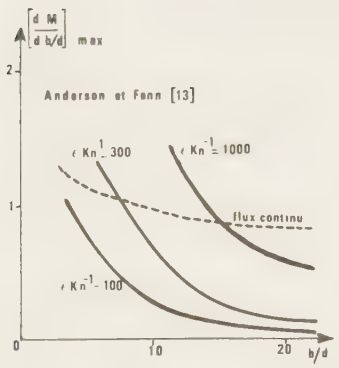


Figure 11

la théorie du flux continu est valable et l'intersection des courbes représentant les relations (1.25) et (1.27) en fonction de $\frac{b}{2x_0}$ correspond au point à partir duquel M ne varie plus. Le nombre de Mach terminal est alors donné par

$$M_t = A(\gamma,\varepsilon)\ Kn_0^{\frac{1-\gamma}{\gamma+0,08}} \qquad (1.28)$$

l'exposant de Kn diminuant quand γ diminue.

1.4.2.——— ETUDE DE LA DETENTE A SYMETRIE PLANE A PARTIR DE LA THEORIE CINETIQUE.

Divers auteurs ont appliqué des méthodes d'analyse théorique à la région de détente libre. SHERMAN |16,17| a montré qu'au voisinage immédiat de l'axe, la détente libre à symétrie axiale peut être représentée par un flux source à symétrie sphérique et a calculé les effets visqueux du premier ordre en résolvant approximativement les équations de Navier-Stokes. Cependant, ses calculs ne rendent pas compte de l'état du flux raréfié loin en aval de la source. BROOK et OMAN |18| ont analysé le problème du flux source, principalement dans la région du flux où le rapport de la vitesse d'entraînement à la vitesse d'agitation thermique est grand, en se basant sur le modèle de BHATNAGAR-GROSS-KROOK (BGK) de l'équation de BOLTZMANN. Leur solution, obtenue en négligeant divers termes de l'équation, aboutit à une transition brusque du flux continu en flux moléculaire et à une température "gelée" qui est fonction du nombre de Reynolds à la source. Mais les équations des moments obtenues par simplification de l'équation cinétique BGK ne sont correctes que pour la conservation de la masse et de l'énergie. EDWARDS et CHENG |19,20|, étudiant le cas de gaz monoatomiques avec des molécules maxwelliennes, ont appliqué aussi à la

région supersonique le modèle BGK de l'équation de Boltzmann, mais en tenant compte des termes négligés par BROOK et OMAN. Ils ont utilisé pour tronquer les équations des moments une approximation supersonique, c'est-à-dire supposé que le rapport de la vitesse d'entraînement à la vitesse thermique est grand. HAMEL et WILLIS |21,22|, étudiant le cas de gaz monoatomiques, dans lesquels les molécules sont considérées soit comme des sphères rigides, soit comme des molécules maxwelliennes, ont remplacé l'équation de Boltzmann par un ensemble d'équations des moments, obtenues à partir de l'équation du tenseur de pression ; ce tenseur étant décomposé en une pression $p_{\parallel}$ parallèle à la ligne de courant et en une pression $p_{\perp}$ perpendiculaire à cette ligne. Ils utilisent de même que EDWARDS et CHENG l'approximation supersonique. EDWARDS et CHENG d'une part, et HAMEL et WILLIS d'autre part, prévoient ainsi pour un flux source à symétrie sphérique, un gelage progressif de la température parallèle ainsi qu'une transition progressive du flux continu en flux moléculaire. La supposition d'une symétrie sphérique étant grossière dans notre cas (buse à symétrie plane), nous avons développé les calculs en partant de l'équation de Boltzmann dans le cas où l'écoulement est stationnaire, la distribution de vitesses ellipsoïdale c'est-à-dire en considérant une anisotropie des températures, pour un gaz monoatomique avec des molécules maxwelliennes. Pour écrire l'équation des moments, nous nous sommes basés sur les calculs de KNUTH et FISHER |23| en les appliquant à notre cas particulier.

1.4.2.1.—— RESOLUTION DE L'EQUATION DE BOLTZMANN DANS LE CAS D'UNE ANISOTROPIE DES TEMPERATURES.

La fente étant très longue par rapport à sa largeur, nous pouvons considérer que nous avons une fente infiniment longue et que l'écoulement dans un plan xOz perpendiculaire à la fente se répète tout le long de celle-ci. Nous supposons qu'il n'y a pas de transfert d'énergie d'impulsion dans la direction y pour les particules qui se

déplacent dans le plan xOz. Soient b et θ les coordonnées polaires dans le plan xOz et v_θ et v_b les vitesses dans ce plan. On peut considérer que l'extrêmité du vecteur vitesse se déplace sur un cercle avec une vitesse égale à la vitesse du son. Ce cercle est donc un "cercle sonique".

Soit $F(\vec{b},\vec{v})$ la fonction normalisée de distribution des vitesses. $F(\vec{b},\vec{v})d\tau_{\vec{v}}$ représente la probabilité pour qu'une particule située au voisinage de $\vec{b}$ ait son vecteur contenu dans une aire $d\tau_{\vec{v}} = dv_b dv_\theta$. Introduisons la fonction $f(\vec{b},\vec{v}) = n(\vec{b})F(\vec{b},\vec{v})$ telle que $f(\vec{b},\vec{v})\ d\tau_{\vec{v}} d\tau_{\vec{b}}$ soit le nombre de particules par unité d'aire du plan $d\tau_{\vec{b}}$ qui aient des vecteurs vitesses contenus dans l'aire $d\tau_{\vec{v}}$ |24,25|.

Nous allons supposer qu'il n'y a que des collisions binaires entre les particules et nous allons chercher à évaluer le terme de collision en nous basant sur des considérations cinétiques. Le nombre de particules déviées, par unité de temps, dans l'aire $d\tau_{\vec{b}}$ entre deux groupes de particules dont les nombres respectifs sont dn_1 et dn_2 situés respectivement dans les aires $d\tau_{\vec{v}_1}$, $d\tau_{\vec{v}_2}$ et dont la section efficace différentielle est $d\sigma$, est

$$\omega\ d\sigma\ dn_1\ dn_2\ d\tau_{\vec{b}} = \omega\ d\sigma\ f(\vec{v}_1,\vec{b})\ f(\vec{v}_2,\vec{b})\ d\tau_{\vec{v}_1}\ d\tau_{\vec{v}_2} \tag{1.29}$$

ω étant la vitesse relative des deux particules $\vec{\omega} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$.

Le nombre de particules déviées par unité d'aire $d\tau_{\vec{v}}$ et par unité de temps est

$$\iint \omega\ d\sigma\ f(\vec{v}_1,\vec{b})\ f(\vec{v}_2,\vec{b})\ d\tau_{\vec{v}_2} \tag{1.30}$$

Si v'_1 et v'_2 sont les vitesses des particules après la collision, le nombre total de particules par unité d'aire et de temps qui entre dans l'aire $d\tau_{\vec{v}_1}$ est

$$\iint \omega\ d\sigma\ f(\vec{v}'_1,\vec{b})\ f(\vec{v}'_2,\vec{b})\ d\tau_{\vec{v}_2} \tag{1.31}$$

Pour simplifier l'écriture, nous noterons $f(\vec{v}_1',\vec{b}) = f_1'$ $f(\vec{v}_1,\vec{b}) = f_1$, de même pour l'indice 2.

En considérant un écoulement stationnaire, il s'ensuit que l'équation de Boltzmann, réduite au plan, s'écrit sous la forme

$$v_b \frac{\partial \bar{f}}{\partial b} + \frac{v_\theta}{b} \frac{\partial \bar{f}}{\partial \theta} + \frac{v_\theta^2}{b} \frac{\partial \bar{f}}{\partial v_b} - \frac{v_b v_\theta}{b} \frac{\partial \bar{f}}{\partial v_\theta} = \iint \omega(\bar{f}_1'\bar{f}_2' - \bar{f}_1\bar{f}_2)\, d\sigma\, d\tau_{\vec{v}_2} \tag{1.32}$$

L'équation d'une variable moléculaire $W(\vec{v})$ est obtenue directement à partir de l'équation (1.32) en multipliant chaque membre de l'équation par W et en intégrant sur $\vec{v}$. Le membre droit de l'équation (1.32) s'écrit

$$\begin{aligned} D &= \iiint\!\!\iint W_1(\bar{f}_1'\bar{f}_2' - \bar{f}_1\bar{f}_2)\, \omega\, d\sigma\, d\tau_{\vec{v}_1} d\tau_{\vec{v}_2} \\ &= \iiint\!\!\iint W_2(\bar{f}_1'\bar{f}_2' - \bar{f}_1\bar{f}_2)\, \omega\, d\sigma\, d\tau_{\vec{v}_1} d\tau_{\vec{v}_2} \\ &= \frac{1}{2} \iiint\!\!\iint (W_1 + W_2)(\bar{f}_1'\bar{f}_2' - \bar{f}_1\bar{f}_2)\, \omega\, d\sigma\, d\tau_{\vec{v}_1} d\tau_{\vec{v}_2} \end{aligned} \tag{1.33}$$

D'après le principe inverse des collisions, nous pouvons écrire

$$\begin{aligned} \iiint\!\!\iint (W_1 + W_2)\bar{f}_1'\bar{f}_2'\, \omega\, d\sigma\, d\tau_{\vec{v}_1} d\tau_{\vec{v}_2} &= \iiint\!\!\iint (W_1' + W_2')\bar{f}_1\bar{f}_2\, \omega\, d\sigma\, d\tau_{\vec{v}_1'} d\tau_{\vec{v}_2'} \\ &= \iiint\!\!\iint (W_1' + W_2')\bar{f}_1\bar{f}_2\, \omega\, d\sigma\, d\tau_{\vec{v}_1} d\tau_{\vec{v}_2} \end{aligned} \tag{1.34}$$

les exposants prime se rapportant aux conditions après collision.

$$D = \frac{1}{2} \iiint\!\!\iint (W_1' + W_2' - W_1 - W_2)\bar{f}_1\bar{f}_2\, \omega\, d\sigma\, d\tau_{\vec{v}_1} d\tau_{\vec{v}_2} \tag{1.35}$$

Pour former une équation généralisée des moments, multiplions l'équation (1.32) par $W = v_b^a v_\theta^c$ où a et c sont des invariants collisionnels, entiers positifs ou nuls et intégrons sur tout l'espace des vitesses. $W(\vec{v})f$ tend vers zéro quand l'une quelconque des variables v_b ou v_θ tend vers l'infini. En intégrant par parties, on peut alors éliminer un terme de l'intégrale ci-dessus. Par exemple

$$\int_{v_b}\int_{v_\theta} v_b^a v_\theta^c \frac{v_\theta^2}{b} \frac{\partial \bar{f}}{\partial v_b}\, dv_b dv_\theta = \int v_b^a v_\theta^c \frac{v_\theta^2}{b} \left[\bar{f}\right]_{v_b=-\infty}^{v_b=+\infty} dv_\theta - \iint \bar{f}\, v_b^{a-1}\, a\, v_\theta^c \frac{v_\theta^2}{b}\, dv_b dv_\theta \qquad (1.36)$$

D'après ce qui précède, le 1er terme du membre droit s'annule. En tenant compte de la symétrie par rapport à θ dans le cas d'un cercle, l'équation générale des moments peut alors se mettre sous la forme

$$\int_{v_b}\int_{v_\theta} W \left\{ \left[v_b \frac{\partial \bar{f}}{\partial b} \right] - \bar{f}\left[\frac{a}{v_b} \frac{v_\theta^2}{b} - c \frac{v_b}{b} \right] \right\} d\tau_{\vec{v}} =$$

$$\frac{1}{2} \iiint (W_1' + W_2' - W_1 - W_2)\bar{f}_1 \bar{f}_2\, \omega\, d\tau_{\vec{v}_1} d\tau_{\vec{v}_2}\, d\sigma \qquad (1.37)$$

Nous ne considérons que le cas d'un gaz monoatomique ayant arbitrairement une distribution ellipsoïdale de vitesses avec une température $T_{\parallel}$ pour les vitesses thermique et ordonnée dans la direction b et une autre température $T_{\perp}$ pour les vitesses thermiques dans les directions θ et φ en coordonnées polaires dans tout l'espace. Nous allons considérer la distribution de vitesse réduite au plan xOz

$$\bar{f}(v_b, v_\theta, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(v_b, v_\theta, v_\phi, b)\, dv_\phi$$

$$\bar{f}(v_b, v_\theta, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} n\left(\frac{m}{2\pi k T_{II}}\right)^{1/2} \frac{m}{2\pi k T_\perp} \exp\left[-\frac{m}{2kT_{II}}(v_b - U)^2 - \frac{m}{2kT_\perp}(v_\theta^2 + v_\phi^2)\right] dv_\phi$$

$$= n\left(\frac{m}{2\pi k T_{II}}\right)^{1/2}\left(\frac{m}{2\pi k T_\perp}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{m}{2kT_{II}}(v_b - U)^2 - \frac{m}{2kT_\perp} v_\theta^2\right] \tag{1.38}$$

Les équations de conservation et des moments ne sont pas altérées par cette décomposition. Quand W représente une quantité dynamique conservée au cours de la collision, on a alors un invariant et le membre droit de l'équation (1.37) s'annule. Nous choisirons les valeurs a et c telles que a + c < 2. Trois combinaisons de ces moments peuvent être choisies.

1°) a = c = 0 conduit à l'équation de conservation du nombre de particules. En effet, par définition

$$\iiint \bar{F}\, d\tau_{v_b} = 1$$

et

$$\iiint \bar{f}\, d\tau_{v_b} = n \tag{1.39}$$

$$\iiint v_b\, \bar{f}\, d\tau_{v_b} = nU \tag{1.40}$$

D'où, d'après (1.37)

$$\iiint v_b \frac{\partial \bar{f}}{\partial b}\, d\tau_{\vec{v}} = 0 \tag{1.41}$$

et, en tenant compte de l'équation (1.40), l'équation de conservation du nombre de particules s'écrit

$$\frac{\partial}{\partial b}(nUb^2) = 0 \tag{1.42}$$

2°) a = 1 ; c = 0 conduit à l'équation de conservation de la quantité de mouvement sur l'axe

$$\int_{\vec{v}} \left[\frac{v_b^2}{b^2} \frac{\partial \bar{f}\, b^2}{\partial b} - \frac{v_\theta^2}{b} \bar{f}\right] d\tau_{\vec{v}} = 0 \tag{1.43}$$

v_b et U étant colinéaires, nous poserons

$$v_b = U + (v_b - U) \tag{1.44}$$

Sachant que

$$\iint (v_b - U)\, \bar{f}\, dv_\theta dv_b = 0 \tag{1.45}$$

$$\iint (v_b - U)^2\, \bar{f}\, dv_\theta dv_b = \frac{nkT_{\parallel}}{m} \tag{1.46}$$

$$\iint v_\theta^2\, \bar{f}\, dv_\theta dv_b = \frac{nkT_{\perp}}{m} \tag{1.47}$$

L'équation (1.43) s'écrit

$$nU \frac{\partial U}{\partial b} + \frac{\partial}{\partial b}\left(\frac{nkT_{\parallel}}{m}\right) + \frac{1}{b}\frac{nk}{m}\left(2T_{\parallel} - T_{\perp}\right) = 0 \tag{1.48}$$

Or, les pressions et les températures sont reliées par les expressions

$$p_{\perp} = nkT_{\perp} \qquad \text{et} \qquad p_{\parallel} = nkT_{\parallel} \tag{1.49}$$

L'équation (1.48) s'écrit alors

$$mnU \frac{\partial U}{\partial b} + \frac{1}{b^2}\frac{\partial}{\partial b}(p_{\parallel} b^2) = \frac{1}{b} p_{\perp} \tag{1.50}$$

3°) L'équation de conservation de l'énergie est la somme de deux équations de moments correspondant respectivement à a = 2 ; c = 0 et c = 2 ; a = 0. La première de ces équations s'écrit

$$\iint \left[\frac{v_b^3}{b^2}\frac{\partial(\bar{f}b^2)}{\partial b} - 2v_b v_\theta^2 \frac{\bar{f}}{b}\right] d\tau_{\vec{v}}$$

$$= \frac{1}{2} \iiint (v'^2_{1b} + v'^2_{2b} - v^2_{1b} - v^2_{2b})\, \bar{f}_1 \bar{f}_2\, \omega\, d\tau_{\vec{v}_1} d\tau_{\vec{v}_2}\, d\sigma \tag{1.51}$$

Or, d'après l'équation (1.44)

$$v_b^3 = U^3 + 3U^2 (v_b - U) + 3U(v_b - U)^2 + (v_b - U)^3 \quad (1.52)$$

et sachant que

$$\iint (v_b - U)^3 \bar{f} \, d\tau_{\vec{v}} = 0 \quad (1.53)$$

$$\iint (v_b - U) \, v_\theta^2 \, \bar{f} \, d\tau_{\vec{v}} = 0 \quad (1.54)$$

L'équation (1.51) s'écrit

$$nU \frac{\partial}{\partial b} \left[U^2 + \frac{3kT_{\parallel}}{m} \right] - 2U \frac{nkT_{\perp}}{bm} = \frac{1}{2} \iiint (v'^2_{1b} + v'^2_{2b} - v^2_{1b} - v^2_{2b}) \, \bar{f}_1 \bar{f}_2 \, \omega \, d\tau_{\vec{v}_1} d\tau_{\vec{v}_2} \, d\sigma \quad (1.55a)$$

En écrivant de même l'autre équation, on trouve

$$\frac{\partial}{\partial b} \left(U \frac{nkT_{\perp}}{m} \right) - 2 \frac{U}{b} \frac{nkT_{\perp}}{m} = \frac{1}{2} \iiint (v'^2_{1b} + v'^2_{2b} - v^2_{1b} - v^2_{2b}) \, \bar{f}_1 \bar{f}_2 \, \omega \, d\tau_{\vec{v}_1} d\tau_{\vec{v}_2} \, d\sigma \quad (1.55b)$$

et en considérant que l'énergie est un invariant, l'équation de conservation de l'énergie s'écrit

$$\frac{\partial}{\partial b} \left[U^2 + \frac{3kT_{\parallel}}{m} + \frac{kT_{\perp}}{m} \right] = 0 \quad (1.56)$$

Nous allons intégrer le second membre des équations (1.55). Pour cela, nous introduisons la vitesse $\vec{V}$ au centre de masse relative à la vitesse hydrodynamique U

$$\vec{V} = \frac{1}{2} (\vec{v}_1 + \vec{v}_2) - \vec{U} \quad (1.57)$$

d'où

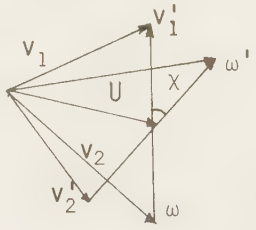
$$\vec{v}_1 = \vec{U} + \vec{V} + \frac{1}{2} \vec{\omega} \qquad \vec{v}_2 = \vec{U} + \vec{V} - \frac{1}{2} \vec{\omega} \quad (1.58)$$

En projetant les vecteurs sur l'axe b, comme la grandeur des vecteurs se conserve après la collision, on obtient

$$v'^2_{1b} + v'^2_{2b} - v^2_{1b} - v^2_{2b} = \frac{1}{2}\,(\omega'^2_b - \omega^2_b) \qquad (1.59)$$

Introduisons l'angle de diffusion χ et définissons la composante y de la vitesse telle que

$$\vec{\omega}' = \vec{\omega}\cos\chi + \vec{y} \qquad (1.60)$$



Dans la direction b on peut donc écrire

$$\frac{1}{2}\,(\omega'^2_b - \omega^2_b) = \frac{1}{2}\left[(\omega_b\cos\chi + y_b)^2 - \omega^2_b\right]$$

$$= \frac{1}{2}\,\omega^2_b\left[1 - \cos^2\chi\right] + \frac{1}{2}\,y^2_b + y_b\omega_b\cos\chi \qquad (1.61)$$

L'intégration de l'équation (1.55) se fera sur $\vec{V}$, $\vec{\omega}$ et r. Notons que χ est une fonction de r. Si $\vec{\omega}$ et r sont fixés, le vecteur $\vec{y}$ et ses composantes peuvent prendre avec une égale probabilité toutes les directions perpendiculaires à $\vec{\omega}$. L'expression (1.61) peut s'écrire

$$\frac{1}{2}\,(\omega'^2_b - \omega^2_b) = -\frac{1}{2}\,\omega^2_b\left[1 - \cos^2\chi\right] + \frac{1}{2}\,\langle y^2_b\rangle \qquad (1.62)$$

$\langle\ \rangle$ représente la moyenne sur toutes les collisions. Décomposons $\vec{y}$ en deux vecteurs orthogonaux dans le plan perpendiculaire à $\vec{\omega}$.

$$\langle y^2_b\rangle = \langle(t_b + s_b)^2\rangle = \langle t^2_b + s^2_b + 2s_bt_b\cos(s_b,t_b)\rangle$$

$$= \langle t^2_b\rangle + \langle s^2_b\rangle \qquad (1.63)$$

$$\langle y^2_b\rangle = \langle t^2\rangle\cos^2(t,b) + \langle s^2\rangle\cos^2(s,b) \qquad (1.64)$$

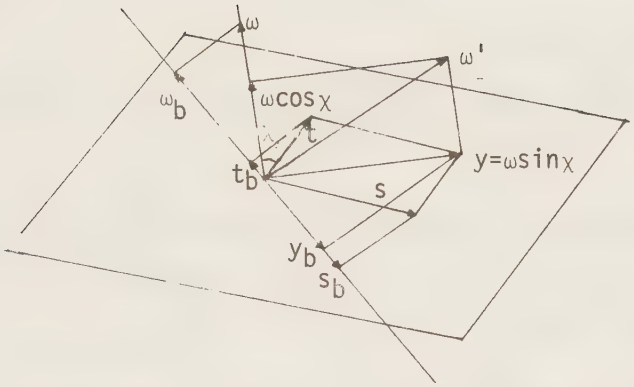
Mais, dans le plan de y

$$\langle s^2\rangle = \langle t^2\rangle = \frac{1}{2}\,\langle y^2\rangle = \frac{1}{2}\,\omega^2(1 - \cos^2\chi) \qquad (1.65)$$

car $\qquad s^2 = y^2\sin^2(y,s) \quad$ et $\quad t^2 = y^2\cos^2(y,t)$

Les angles (y,s) et (y,t) varient uniformément. En intégrant

$$\int_0^{2\pi}\cos^2(y,t)\,d(y,t) = \frac{1}{2}$$



L'expression (1.64) s'écrit alors

$$\langle y_b^2 \rangle = \frac{1}{2}\,\omega^2(1 - \cos^2\chi)\,\left[\cos^2(t,b) + \cos^2(s,b)\right]$$

$$\langle y_b^2 \rangle = \frac{1}{2}\,\omega^2(1 - \cos^2\chi)\,\left[\sin^2(\omega,b)\right] = \frac{1}{2}\,(\omega^2 - \omega_b^2)(1 - \cos^2\chi) \tag{1.66}$$

d'où

$$\frac{1}{2}\,(\omega_b'^2 - \omega_b^2) = \frac{1}{4}\,(\omega^2 - 3\omega_b^2)(1 - \cos^2\chi) \tag{1.67}$$

L'équation (1.55a) à intégrer, se met sous la forme

$$nU\,\frac{\partial}{\partial b}\left[U^2 + \frac{3kT_{\parallel}}{m}\right] - 2U\,\frac{nkT_{\perp}}{bm}$$
$$= \frac{1}{2}\iiint \frac{\omega}{4}(\omega^2 - 3\omega_b^2)(1 - \cos^2\chi)\,\bar{f}_1\bar{f}_2\;d\vec{\omega}d\vec{V}d\sigma \tag{1.68}$$

En introduisant la section efficace de collision

$$Q(\omega) = \int_0^{\infty} (1 - \cos^2\chi)\;d\sigma \tag{1.69}$$

et, en introduisant les coordonnées polaires telles que

$$\omega_b = \omega\,\cos\theta$$

$$\omega_\theta = \omega\,\sin\theta$$

l'équation (1.68) s'écrit

$$nU\frac{\partial}{\partial b}\left[U^2+\frac{3kT_{\parallel}}{m}\right]-2U\frac{nkT_{\perp}}{bm}=\frac{n^2}{8}\iiiint\omega^5\,(1-\cos^2\theta)\,\sin\theta\,Q(\omega)\,\frac{m}{2\pi kT_{\parallel}}\times$$

$$\left(\frac{m}{2\pi kT_{\perp}}\right)\exp\left[-\frac{m}{kT_{\parallel}}v_b^2-\frac{m}{kT_{\perp}}v_\theta^2-\frac{m\omega^2}{4k}\left[\frac{\cos^2\theta}{T_{\parallel}}+\frac{\sin^2\theta}{T_{\perp}}\right]\right]d\omega d\theta dv_b dv_\theta \qquad (1.70)$$

En intégrant sur v_θ et v_b

$$nU\frac{\partial}{\partial b}\left[U^2+\frac{3kT_{\parallel}}{m}\right]-2U\frac{nkT_{\perp}}{bm}=\frac{n^2}{16}\int_0^{\infty}\int_0^{\pi}\omega^5(1-\cos^2\theta)\,\sin\theta\,Q(\omega)\times$$

$$\left(\frac{m}{2\pi kT_{\parallel}}\right)^{1/2}\left(\frac{m}{2\pi kT_{\perp}}\right)^{1/2}\exp\left[-\frac{m\omega^2}{4k}\left(\frac{\cos^2\theta}{T_{\parallel}}+\frac{\sin^2\theta}{T_{\perp}}\right)\right]d\omega d\theta$$

$$=\frac{n^2}{16}\int_0^{\infty}\int_{-1}^{+1}\omega^5(1-\cos^2\theta)\,\sin\theta\,Q(\omega)\times$$

$$\left(\frac{m}{2\pi kT_{\parallel}}\right)^{1/2}\left(\frac{m}{2\pi kT_{\perp}}\right)^{1/2}\exp\left[-\frac{m\omega^2}{4kT_{\perp}}-\frac{m\omega^2}{4k}\left(T_{\parallel}^{-1}-T_{\perp}^{-1}\right)\cos^2\theta\right]d(\cos\theta)d\omega \qquad (1.71)$$

Nous intégrons cette équation dans deux cas particuliers :

1°) La forme de $Q(\omega)$ est arbitraire mais l'écart des températures par rapport à l'équilibre local est suffisamment petit pour que $\frac{T_{\perp}-T_{\parallel}}{T_{\perp}}\ll 1$. En intégrant l'équation (1.71) par parties par rapport à $\cos\theta$ et en se limitant aux termes du premier ordre en $\frac{T_{\perp}-T_{\parallel}}{T_{\perp}}$

$$nU\frac{\partial}{\partial b}\left[U^2+\frac{3kT_{\parallel}}{m}\right]-2U\frac{nkT_{\perp}}{bm}=\frac{n^2}{60}\left(\frac{m}{2\pi kT_{\parallel}}\right)^{1/2}\left(\frac{m}{2\pi kT_{\perp}}\right)^{1/2}\frac{m}{2k}\left(T_{\parallel}^{-1}-T_{\perp}^{-1}\right)\times$$

$$\left(\frac{4kT_{\parallel}}{m}\right)^4\int_0^{\infty}\left(\frac{m\omega^2}{4kT_{\parallel}}\right)^{7/2}\exp\left(-\frac{m\omega^2}{4kT_{\parallel}}\right)Q(\omega)\,d\left[\left(\frac{m\omega^2}{4kT_{\parallel}}\right)^{1/2}\right] \qquad (1.72)$$

Or l'intégrale de collision ramenée à celle de la sphère rigide est de

la forme

$$\Omega^{(2,2)*}(T^*) = (2\pi\sigma^2)^{-1} \int_0^\infty \left(\frac{m\omega^2}{4kT_{II}}\right)^{7/2} \exp\left(-\frac{m\omega^2}{4kT_{II}}\right) Q(\omega)\, d\left[\left(\frac{m\omega^2}{4kT_{II}}\right)^{1/2}\right] \tag{1.73}$$

où $T^* = \frac{kT}{\varepsilon}$ est la température réduite, ε la profondeur du puits de potentiel, σ la distance de séparation pour laquelle le potentiel s'annule. (Les valeurs de $\Omega^{(2,2)*}$ ont été données en fonction de T^* par HIRSCHFELDER |26|).

En introduisant la fréquence de collision qui est de la forme

$$\Theta_{coll}^{-1} = \frac{\bar{v}}{2x_0} Kn_{2x_0}^{-1} = \frac{2kT}{\pi m} \sqrt{2}\, n\pi\sigma^2\, \Omega^{(2,2)*} \tag{1.74}$$

et, en faisant une approximation linéaire en $(T_\perp - T_{II})/T$, l'expression (1.72) s'écrit alors

$$nU \frac{\partial}{\partial b}\left[U^2 + \frac{3kT_{II}}{m}\right] - 2U \frac{nkT_\perp}{bm} = \frac{8\sqrt{2}}{15} \Theta^{-1} \frac{nk}{m} (T_\perp - T_{II}) \tag{1.75}$$

2°) L'écart des températures par rapport à l'équilibre local est arbitrairement grand mais les molécules sont maxwelliennes.

Ce cas a été étudié par HAMEL et WILLIS |22| pour le cas d'une symétrie axiale.

Dans les deux cas particuliers envisagés ci-dessus, l'utilisation de l'équation (1.75) comme équation de modèle BGK est une bonne approximation.

Dans le cas d'une détente supersonique, la vitesse d'entraînement étant toujours supérieure à la vitesse transversale, $|(T_\perp - T_{II})/T_\perp|$ est toujours supérieur à l'unité. Le problème se ramène donc au second cas étudié précédemment.

1.4.2.2.—— ETUDE DE LA VARIATION DES TEMPERATURES LONGITUDINALES ET TRANSVERSALES. NOMBRE DE MACH TERMINAL.

Pour étudier la variation des températures longitudinales et transversales, nous reprendrons l'équation (1.75) sous une forme analogue à celle donnée par HAMEL et WILLIS pour la symétrie axiale. En effet, normalisons les vitesses à $(\frac{kT_o}{m})$, les distances à la distance b^* où le nombre de Mach est égal à 1, les températures à la température initiale T_o du gaz. (Ces quantités normalisées seront indiquées par des primes). Les équations de moment s'écrivent

$$\frac{d}{db'}(p'_{\parallel} U'^2) = \frac{\alpha}{b'^2}(p'_{\perp} - p'_{\parallel}) \qquad (1.76)$$

$$U'^2 \frac{d}{db'}(p'_{\perp} U'^{-1}) = -\frac{\alpha}{b'^2 U'}(p'_{\perp} - p'_{\parallel}) \qquad (1.77)$$

L'équation (1.77) est identique à l'équation (1.75) à condition que α et Θ_{coll}^{-1} soient reliés |28| par

$$\alpha = \sqrt{\gamma}\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \frac{b^*}{(\frac{kT_o}{m})} \frac{8\sqrt{2}}{15} \Theta_{coll}^{-1} \qquad (1.78)$$

compte tenu de la normalisation et en faisant une approximation de l'ordre de 2 % en remplaçant $\frac{\pi}{6}$ par $\frac{8}{15}$.

En développant toutes les variables en puissances de α^{-1}, on trouve pour l'ordre le plus bas $p_{\parallel} = p_{\perp}$ ce qui correspond à la détente isentropique. Une solution de l'équation (1.48) est alors

$$T'^{(o)}(1 - T'^{(o)}) = C_1 b'^{-1} \qquad (1.79)$$

La constante C_1 est déterminée par la condition sonique (b' = 1), c'est-à-dire par

$$(U'(1))^2 = \gamma T'^{(o)}(1) \qquad (1.80)$$

Or, si le nombre de Mach est égal à 1, pour $\gamma = \frac{5}{3}$, d'après (1.8), $T'^{(o)}(1) = \frac{3}{4}$. D'où

$$T'^{(o)}(1 - T'^{(o)}) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} b'^{-1} \qquad (1.81)$$

Pour $b' \gg 1$ la solution peut se mettre sous la forme d'une série :

$$T'^{(o)}_{b' \gg 1} \simeq \frac{3}{4} \times (4b')^{-1} \left[1 + (4b')^{-1} + \ldots\right] \qquad (1.82)$$

La vitesse $U'^{(o)}_{b' \gg 1}$ est calculée à partir de l'équation (1.56)

$$U'^{(o)}_{b' \gg 1} \simeq \sqrt{4} \left[1 - \frac{3}{8} (4b')^{-1}\right] + O(b'^{-2}) \qquad (1.83)$$

Quand b' tend vers l'infini $(U'_\infty)^2 = 4$.

L'équation (1.77) donne pour le terme du second ordre

$$T'^{(1)}_{\parallel} - T'^{(1)}_{\perp} = - \frac{U^2_\infty}{\alpha} \frac{d}{db'} \left(\frac{3}{16} b'\right) = \frac{3}{4\alpha} \qquad (1.84)$$

$\dfrac{T'^{(1)}_{\parallel} - T'^{(1)}_{\perp}}{T'^{(o)}}$ est proportionnel à $b'\alpha^{-1}$. Le terme du premier ordre n'est donc plus négligeable quand $b'\alpha^{-1} = 1$ et le développement en puissance de α^{-1} n'est plus valable.

Notons que ceci correspond à une distance à la source grande, c'est-à-dire à une région où la pression devient faible et le libre parcours moyen grand.

Nous allons étudier la région intermédiaire entre la région où le flux est isentropique et la région où b' devient grand, c'est-à-dire la région de transition. Pour cela, introduisons un nouvel ensemble de variables normalisées aux valeurs limites correspondant à un flux tout à fait supersonique. Les températures seront normalisées à la valeur asymptotique $T'_{\parallel\,\infty}$ soit $y = \dfrac{T'_{\parallel}}{T'_{\parallel\infty}}$ et $z = \dfrac{T'_{\perp}}{T'_{\perp\infty}}$, la vitesse U' sera normalisée à U'_∞ soit u. Introduisons une nouvelle variable x telle que

$$b' = a_1(\alpha)x \qquad (1.85)$$

Les équations (1.50), (1.76) et (1.77) du moment s'écrivent alors

$$u \frac{du}{dx} + \left[\frac{U'_\infty}{kT'_{\parallel\infty}/m} \right]^{-2} \left[x^2 u \frac{d}{dx} \left(\frac{y}{x^2 u} \right) - \frac{z}{x} \right] = 0 \qquad (1.86a)$$

$$\frac{d(yu^2)}{dx} = - x^{-2}(y - z) \qquad (1.86b)$$

$$\frac{d(x^2 z)}{dx} = (y - z)u^{-2} \qquad (1.86c)$$

Nous pouvons appliquer l'approximation supersonique aux équations (1.86) en développant u, y et z en puissance de

$$\left[\frac{U'_\infty}{kT'_{\parallel\infty}/m} \right]^{-1}$$

pour une valeur de x donnée. Le premier ordre s'écrit alors

$$\frac{du^{(o)}}{dx} = 0 \qquad (1.87a)$$

$$(u^{(o)}) \frac{dy^{(o)}}{dx} = - x^{-2} (y^{(o)} - z^{(o)}) \qquad (1.87b)$$

$$\frac{d}{dx} (x^2 z^{(o)}) = (y^{(o)} - z^{(o)})(u^{(o)})^{-2} \qquad (1.87c)$$

En combinant les équations (1.87b) et (1.87c), on peut écrire

$$x^2 \frac{dy^{(o)}}{dx} + \frac{d}{dx} (x^2 z^{(o)}) = 0 \qquad (1.88)$$

Cette équation est l'équation d'énergie thermique ($T = T_{\parallel} + T_{\perp}$). En éliminant $z^{(o)}$, cette expression peut encore s'écrire sous la forme

$$x^2 \frac{d^2 y^{(o)}}{dx^2} + \frac{dy^{(o)}}{dx} (4x + 2) + \frac{2}{x} y^{(o)} = 0 \qquad (1.89)$$

Pour trouver les solutions de cette équation, faisons un changement de variable tel que

$$X = \frac{2}{x}$$

L'équation (1.89) s'écrit alors

$$X \frac{d^2y^{(o)}}{dX^2} - (X + 2) \frac{dy^{(o)}}{dX} + y^{(o)} = 0 \qquad (1.90)$$

C'est une équation hypergéométrique confluente dont la forme de KUMMER |27| est

$$X \frac{d^2y}{dX^2} + (C - X) \frac{dy}{dX} - ay = 0$$

avec $a = -1$; $c = -2$.

Sa solution générale est de la forme

$$y^{(o)} = C_1 \psi(a,c,X) + C_2 X^{1-c} \phi(a-c+1,2-c,X) \qquad (1.91)$$

Les fonctions ont les propriétés suivantes :

Pour $X \ll 1$, c'est-à-dire $x \gg 1$, on utilise les propriétés de la fonction ψ pour les petits arguments

$$\psi(-1, -2, X) = \frac{\Gamma(3)}{\Gamma(2)} \left[1 + \frac{1}{2} X\right]$$

$$X^{1-c} \phi\left[(a-c+1), 2-c, X\right] = X^3 \phi(2, 4, X) = X^3\left[1 + O(X)\right] \qquad (1.92)$$

Quand X tend vers zéro, c'est-à-dire x tend vers l'infini, $y^{(o)}$ tend alors vers $C_1 \frac{\Gamma(3)}{\Gamma(2)}$.

Pour $X \gg 1$, c'est-à-dire $x \ll 1$

$$\psi(-1, -2, X) = X\left[1 + O(X^{-1})\right] = X(1 + 2X^{-1})$$

$$X^3 \phi(2, 4, X) = e^X X \frac{\Gamma(4)}{\Gamma(2)} \left[1 + O(X)\right] \qquad (1.93)$$

Quand X tend vers l'infini, c'est-à-dire quand x tend vers zéro, la fonction ψ a la même caractéristique que la solution supersonique, $y^{(o)}$ et $z^{(o)}$ tendent vers x^{-1}. Quand X tend vers zéro, c'est-à-dire x tend vers l'infini, la fonction $y^{(o)}$ tend vers une limite finie.

La fonction $X^3\phi$ a une forme exponentielle quand X tend vers l'infini et tend vers zéro quand X tend vers zéro.

Développons $T'_{\parallel}$, $T'_{\perp}$ et U' de la manière suivante

$$T'_{\parallel} = b_1(\alpha) \left[y^{(o)}(x) + c_1(\alpha)\, y^{(1)}(x) + \ldots \right] \tag{1.94}$$

$$T'_{\perp} = b_1(\alpha) \left[z^{(o)}(x) + d_1(\alpha)\, z^{(1)}(x) + \ldots \right] \tag{1.95}$$

$$U' = U'_o \left[u^{(o)}(x) + g_1(\alpha)\, u^{(1)}(x) \ldots \right] \tag{1.96}$$

b_1, c_1, d_1, g_1 tendent tous vers zéro quand α tend vers l'infini.

Nous allons utiliser les propriétés des limites pour calculer les coefficients des développements. Nous avons trouvé précédemment que lorsque b' ou x tend vers l'infini

$$U'^{(o)} \to \sqrt{4} = U'_\infty$$

$$T'^{(o)}(b') = \frac{3}{4} (4b')^{-1} \left[1 + (4b')^{-1} + \ldots \right]$$

$$T'^{(o)}(x) = \frac{3}{4} (4a_1 x)^{-1} \left[1 + (4a_1 x)^{-1} + \ldots \right] \tag{1.97}$$

$$= b_1(\alpha) \left[y^{(o)}(x) + c_1(\alpha)\, y^{(1)}(x) + \ldots \right]$$

d'où

$$b_1 a_1 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \tag{1.98}$$

Or, en utilisant la relation (1.84)

$$x^2 \frac{dy^{(o)}}{dx} = - \frac{1}{b_1(\alpha)} (T_{\parallel} - T_{\perp}) = - \frac{3}{4} \left[b_1(\alpha) \right]^{-1} \tag{1.99}$$

d'où

$$y^{(o)} = \frac{3}{4\alpha} \frac{x^{-1}}{b_1(\alpha)} \tag{1.100}$$

Comme $y^{(o)}$ tend vers x^{-1} pour x tendant vers l'infini

$$b_1(\alpha) = \frac{3}{4}\,\alpha^{-1} \tag{1.101}$$

$$a_1(\alpha) = \frac{\alpha}{4} \tag{1.102}$$

Nous pouvons ainsi associer $b_1(\alpha)$ à $T_{\parallel\infty}$ et $a_1(\alpha)$ à la longueur sur laquelle la transition du flux continu en flux moléculaire apparaît.

Quand X tend vers l'infini, c'est-à-dire x tend vers zéro, la solution de l'équation hypergéométrique confluente tend vers

$$y^{(o)} = C_1 X\left[1 + 2X^{-1}\right] \simeq C_1 2x^{-1} \tag{1.103}$$

$$T'^{(o)} = \frac{3}{16}\,b'^{-1} = \frac{3}{16}\,a_1^{-1}x^{-1} = b_1 y^{(o)} = 2b_1 C_1 x^{-1}$$

d'où

$$C_1 = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad y^{(o)} = x^{-1} \tag{1.104}$$

La valeur limite de $y^{(o)}$ quand X tend vers zéro, c'est-à-dire x tend vers l'infini, se met sous la forme

$$y^{(o)} = C_1 \frac{\Gamma(3)}{\Gamma(2)}\left[1 + \frac{1}{2}X + \ldots\right] \tag{1.105}$$

$$y_\infty^{(o)} = \frac{1}{2}\frac{\Gamma(3)}{\Gamma(2)} = 1 \tag{1.106}$$

Calculons les valeurs limites de $z^{(o)}$

$$z^{(o)} = y^{(o)} - 2\,\frac{dy^{(o)}}{dX}$$

$$y^{(o)} = \frac{1}{2}\frac{\Gamma(3)}{\Gamma(2)}\left(1 + \frac{1}{2}X\right)$$

$$\frac{dy^{(o)}}{dX} = \frac{1}{4}\frac{\Gamma(3)}{\Gamma(2)}$$

$$z^{(o)} = \frac{1}{2}\frac{\Gamma(3)}{\Gamma(2)}\left(1 + \frac{1}{2}X - 1\right) = \frac{1}{4}\frac{\Gamma(3)}{\Gamma(2)}X \qquad (1.107)$$

$$z^{(o)} = x^{-1} \qquad (1.108)$$

$$z_{\infty}^{(o)} = 0$$

En comparant les équations (1.106) et (1.108), nous voyons que lorsque x tend vers l'infini, $y'^{(o)}(x)$ donc $T'_{\parallel}$ tend vers une limite non nulle alors que $z^{(o)}(x)$ donc $T'_{\perp}$ tend vers zéro. On dit qu'il y a "gelage" de $T'_{\parallel}$. La valeur limite au "gelage" de $T'_{\parallel}$ peut être calculée à partir de l'équation (1.94)

$$T'_{\parallel\infty} = b_1(\alpha)\, y_{\infty}^{(o)} = 0{,}75\ \alpha^{-1} \qquad (1.109)$$

Sachant que

$$\gamma M_{\parallel}^2 = \frac{U'^2}{T_{\parallel}} \quad \text{et} \quad \gamma M_{\parallel\infty}^2 = \frac{U'^2_{\infty}}{T_{\parallel\infty}} = \frac{4}{T_{\parallel\infty}} \qquad (1.110)$$

nous pouvons calculer le nombre de Mach terminal $M_{\parallel\infty}$ pour $\gamma = \frac{5}{3}$ (gaz monoatomique)

$$M_{\parallel\infty} = 1{,}79\ \alpha^{1/2} \qquad (1.111)$$

Pour des nombres de Knudsen moyens, il faudra éventuellement utiliser le second terme des développements (1.94) et (1.95). Les coefficients numériques de ces termes sont tels que

$$c_1(\alpha) = d_1(\alpha) = \frac{4}{3}\, b_1(\alpha) = 1{,}78\ \alpha^{-1} \qquad (1.112)$$

Ce qui peut s'écrire sous la forme $\frac{16}{5} M_{\parallel\infty}^{-2}$. Les développements (1.94) et (1.95) sont alors en puissance inverse de $M_{\parallel\infty}$. Les développements peuvent être arrêtés au premier terme si $M_{\parallel\infty} \geqslant 3$, c'est-à-dire si $\alpha \geqslant 5$.

D'après la normalisation adoptée ci-dessus, il semblerait que, bien que nous ne puissions pas définir une surface déterminée de "gelage", nous pouvons dire que le point moyen du domaine de transition est atteint quand $(T'_{\parallel} - T'_{\perp})/T'^{(o)} = 1$. Ce critère de raréfaction peut être utilisé dans l'équation (1.87b) pour trouver un gelage soudain artificiel pour la solution isentropique. Substituons le critère de raréfaction $(T'_{\parallel} - T'_{\perp})/T'^{(o)} = 1$ dans l'équation (1.87b)

$$x^2 \frac{dy_{is}}{dx} = - y_{is} \tag{1.113}$$

La solution isentropique d'après (1.94) s'écrit

$$y_{is} = \frac{T'_{\parallel is}}{b_1(\alpha)} = x^{-1} \tag{1.114}$$

ceci donne

$$x_t = 1 \quad \text{et} \quad y_t = 1 \tag{1.115}$$

Cette valeur peut être prise comme valeur approchée de $y_{\infty}^{(o)}$.

On peut ainsi rendre claire l'analogie avec le phénomène de relaxation des degrés internes de liberté en considérant le phénomène de raréfaction comme un processus de relaxation entre les deux températures $T'_{\parallel}$ et $T'_{\perp}$.

Le point moyen x_t du domaine de transition correspond à

$$b' = 0{,}25\ \alpha \tag{1.116}$$

on peut dire que des écarts importants par rapport au flux isentropique commencent pour $(T'_{\parallel} - T'_{\perp})/T'^{(o)} \simeq 0{,}2$ ce qui correspond à $x = 0{,}2$

$$b' = 0{,}05\ \alpha \tag{1.117}$$

On montre ainsi que, dans la région proche de la source, les collisions sont importantes, le flux est isentropique, $P_{\parallel}$ est égal à $P_{\perp}$ et la fonction de distribution des vitesses sera assimilée à une distribu-

tion maxwellienne autour de la vitesse locale d'entraînement tandis que plus loin de la source, $P_{\parallel}$ est différent de $P_{\perp}$ ($P_{\parallel} \gg P_{\perp}$) et il apparaît une anisotropie dans la fonction de distribution des vitesses. Cette distribution a été mise sous la forme d'une fonction ellipsoïdale. Elle représente une fonction de distribution maxwellienne avec des températures longitudinale et transversale distinctes.

Nous avons tracé sur les figures 12 et 13 les variations de $T'_{\parallel}$ et de $T'_{\perp}$ en fonction de $b' = \frac{b}{b^*}$ pour trois valeurs de $Kn^{-1}_{2x_o}$.

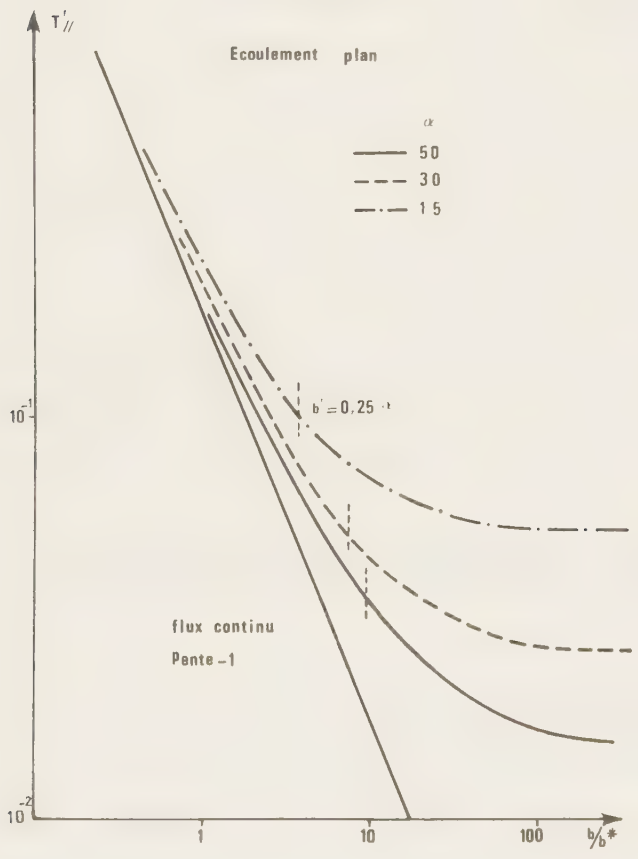


Figure 12

En effet, nous avons

$$T'_{\parallel} = 0{,}75\alpha^{-1} + 0{,}187b'^{-1} \qquad (1.118)$$

$$T'_{\perp} = 0{,}187b'^{-1} \qquad (1.119)$$

Les courbes montrent que

1) le gelage de la température parallèle $T'_{\parallel}$ n'est pas soudain. La longueur du domaine de transition est proportionnelle à α(ou $Kn^{-1}_{2x_o}$).
2) la température $T'_{\parallel\infty}$ est d'autant plus élevée (donc $M_{\parallel\infty}$ est d'autant plus faible) que $Kn^{-1}_{2x_o}$ est plus petit.
3) la courbe de $T'_{\perp}$ ne change pas de pente lorsqu'il y a transition du flux isentropique en flux moléculaire.

Il est possible de donner une explication physique du comportement de la température perpendiculaire. En effet, au cours de la détente, la température du gaz diminue ; la température perpendiculaire diminue donc. Mais des collisions produisent un transfert d'énergie entre les deux mouvements longitudinal et normal puisque $T'_{\parallel} > T'_{\perp}$. Ce transfert produit un abaissement de $T'_{\parallel}$. Au début de la détente, quand les collisions sont prédominantes, il y a équipartition des températures

$$T'_{\parallel} = T'_{\perp} \simeq b'^{-1}$$

Au cours de la détente, les collisions deviennent de moins en moins nombreuses, et, bien que $T'_{\perp}$ continue à décroître par effet géométrique dans la détente, l'abaissement par collisions de $T'_{\parallel}$ ne continue pas et il y a gelage. Cependant, puisque $T'_{\parallel} \gg T'_{\perp}$, un transfert d'énergie par collisions relativement petit de la direction parallèle à la direction perpendiculaire affectera peu $T'_{\parallel}$ mais aura un grand effet sur $T'_{\perp}$. $T'_{\perp}$ varie constamment comme l'inverse de b'.

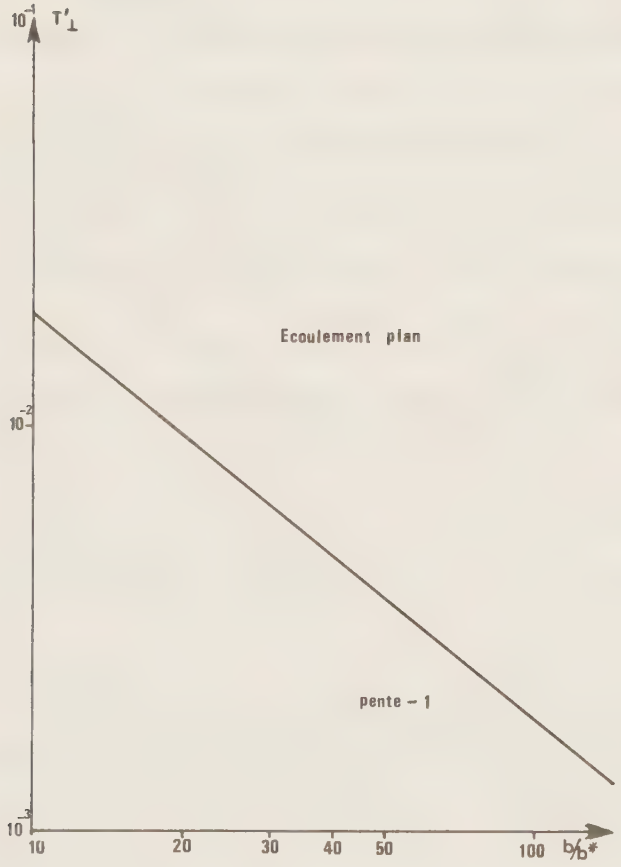


Figure 13

Les variations de $T'_{\parallel}$ et $T'_{\perp}$, obtenues à partir de l'équation de Boltzmann pour les détentes à symétrie plane, sont différentes de celles trouvées par HAMEL et WILLIS |21| pour la symétrie de révolution.

En effet, ceux-ci trouvent que $T'_{\perp}$ dépend de α et qu'elle a d'abord une décroissance en $b'^{-4/3}$ (flux isentropique) puis en b'^{-1}. Pour $T'_{\parallel}$, pour les mêmes valeurs de α, le début de la transition, dans le cas de la symétrie de révolution, a lieu à des valeurs de b' plus grandes que pour la symétrie plane. Par contre, la transition est plus rapide.

MUNTZ |29| a vérifié expérimentalement la théorie de HAMEL et WILLIS. Pour la symétrie de révolution, il a montré en particulier que cette théorie peut être appliquée surtout jusqu'au point dit "point moyen de la transition" mais qu'au delà, la température de gelage est atteinte plus rapidement que prévu. Il a également montré que, pour la valeur de $\frac{b'}{b^*}$ correspondant au point moyen de la transition, la fonction de distribution des vitesses est bien ellipsoïdale. Il trouve d'autre part que $T'_{\perp}$ s'écarte peu de la température prévue pour le flux isentropique. Par contre, ABUAF et coll. |30| ont trouvé expérimentalement que $T'_{\perp}$ avait d'abord un comportement en $(b')^{-4/3}$ puis en $(b')^{-2}$. Ceci n'est pas en accord avec la décroissance en $(b')^{-1}$ prévue par HAMEL et WILLIS.

Remarque : nous n'avons développé les calculs relatifs aux détentes à symétrie plane que dans le cas de molécules maxwelliennes, c'est-à-dire dans le cas d'un potentiel intermoléculaire en r^{-5} (r étant la distance intermoléculaire) donc une section efficace inversement proportionnelle à la racine carrée de la température.

HAMEL et WILLIS ont écrit les équations des moments dans le cas général où le potentiel intermoléculaire est quelconque en r^{-s}. Dans ce cas, la fréquence de collision est multipliée par le terme

$$\left(\frac{T_{\parallel} + cT_{\perp}}{1 + c}\right)^{\beta}$$

où c est un facteur compris entre 0 et 2, qui tient compte de l'incertitude sur la façon dont la fréquence de collision varie avec T ou $T_{\parallel}$ dans le régime raréfié. β est un exposant relié au potentiel intermolé-

culaire ($\beta = \frac{1}{2} - \frac{2}{(s-1)}$). Mais ils n'ont développé leurs calculs que dans le cas des sphères rigides et celui des molécules maxwelliennes.

1.5. ETUDE DE L'EXTRACTION DU CENTRE DU JET PAR L'EPLUCHEUR.

L'éplucheur étant immergé dans le courant supersonique, le système d'ondes de choc formé à la sortie de la buse peut être perturbé par cet obstacle et une onde de choc frontale peut apparaître en amont de l'éplucheur. Il en est ainsi pour tout obstacle dont les dimensions maximales perpendiculaires à la direction du flux sont grandes par rapport au libre parcours moyen. Il est possible de prévoir théoriquement la forme de l'éplucheur pour éviter les perturbations du flux dues d'une part à l'onde de choc frontale en amont, d'autre part aux collisions sur les parois internes de l'éplucheur.

1.5.1. DETERMINATION THEORIQUE DES ANGLES EXTERIEURS $2\theta_e$ ET INTERIEUR $2\theta_i$ DE L'EPLUCHEUR.

1.5.1.1. DETERMINATION DE L'ANGLE EXTERIEUR $2\theta_e$.

Pour que le flux reste supersonique en aval de l'éplucheur, il est nécessaire que l'onde de choc qui apparaît en amont reste attachée à l'éplucheur. Ceci revient à étudier les conditions dans lesquelles l'onde de choc oblique est attachée pour un écoulement plan |31||32|. Nous rappelons brièvement les équations des vitesses avant et après l'onde de choc.

Lorsque le jet supersonique arrive sur l'obstacle (éplucheur), il se produit une déviation de l'onde suivant un angle β qui donne naissance à une onde de choc oblique. Considérons un flux supersonique de vitesse U_1. L'onde de choc fait avec la direction de la vitesse U_1 un angle β. Soit θ l'angle de déflexion de la vitesse après l'onde de choc et W_2 la grandeur de cette vitesse

$$\begin{aligned} U_2 &= W_2 \cos\theta \\ V_2 &= W_2 \sin\theta \end{aligned} \qquad (1.120)$$

Décomposons les vitesses suivant la normale et la parallèle à l'onde de choc

$$\begin{aligned} U_{1n} &= U_1 \sin\beta & U_{1t} &= U_1 \cos\beta \\ U_{2n} &= W_2 \sin(\beta-\theta) &&= U_2 \sin\beta - V_2 \cos\beta \\ U_{2t} &= W_2 \cos(\beta-\theta) &&= U_2 \cos\beta + V_2 \sin\beta \end{aligned} \qquad (1.121)$$

Pour la composante normale à l'onde de choc, l'équation de continuité à travers cette onde s'écrit

$$\begin{aligned} \rho_1 U_{1n} &= \rho_2 U_{2n} \\ \rho_1 U_1 \sin\beta &= \rho_2 W_2 \sin(\beta-\theta) = \rho_2(U_2 \sin\beta - V_2 \cos\beta) \end{aligned} \qquad (1.122)$$

Puisque $\rho_1 U_{1n} = \rho_2 U_{2n} \neq 0$ sans quoi il n'y aurait pas de saut de pression, on trouve

$$U_{1t} = U_{2t} = U_t$$

L'équation de l'énergie s'écrit alors

$$\frac{1}{2} U_{1n}^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_1}{\rho_1} = \frac{1}{2} U_{2n}^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_2}{\rho_2} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_o}{\rho_o} - \frac{U_t^2}{2} \qquad (1.123)$$

On peut poser

$$\begin{aligned} M_{1n} &= \frac{U_{1n}}{a_1} = M_1 \sin\beta \\ M_{2n} &= \frac{U_{2n}}{a_2} = M_2 \sin(\beta-\theta) \end{aligned} \qquad (1.124)$$

On obtient alors à partir des équations de Bernouilli, pour une onde de choc oblique

$$\left[\frac{\gamma-1}{2} + \frac{1}{M_1^2 \sin^2\beta}\right]\left[\frac{\gamma-1}{2} + \frac{1}{M_2^2 \sin^2(\beta-\theta)}\right] = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^2 \qquad (1.125)$$

Les relations d'Hugoniot-Rankine sont encore valables pour l'onde de choc oblique. On peut alors écrire

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma}{\gamma+1} M_1^2 \sin^2\beta - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \qquad (1.126)$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{2}{\gamma+1} \frac{1}{M_1^2 \sin^2\beta} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \qquad (1.127)$$

Les caractéristiques du flux en aval de l'onde de choc oblique peuvent être déterminées en utilisant les équations ci-dessus. A partir de ces relations, on obtient une relation donnant l'angle β en fonction de l'angle θ et du nombre de Mach initial

$$\operatorname{cotg}\theta = \left[\frac{(\gamma+1) M_1^2}{2(M_1^2 \sin^2\beta - 1)} - 1\right] \operatorname{tg}\beta \qquad (1.128)$$

en annulant dans l'équation (1.128) la dérivée de θ par rapport à β

$$\sin^2\beta_m = \frac{1}{\gamma M^2}\left[\frac{\gamma+1}{4} M_1^2 - 1 + \sqrt{(\gamma+1)\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 + \frac{\gamma+1}{16} M_1^4\right)}\right] \qquad (1.129)$$

En remplaçant ensuite β par sa valeur β_m dans l'expression (1.128), on obtient l'angle de déviation maximum θ_m au delà duquel l'onde de choc est détachée de l'obstacle. L'angle $2\theta_e$ de l'éplucheur doit donc être inférieur ou égal à l'angle $2\theta_m$.

Nous avons calculé θ_m pour différentes valeurs du nombre de Mach M_1 et pour $\gamma = \frac{5}{3}$. La courbe de la figure 14 représente la limite supérieure de l'angle θ_e en fonction de M.

1.5.1.2.—— DETERMINATION DE L'ANGLE INTERIEUR $2\theta_i$.

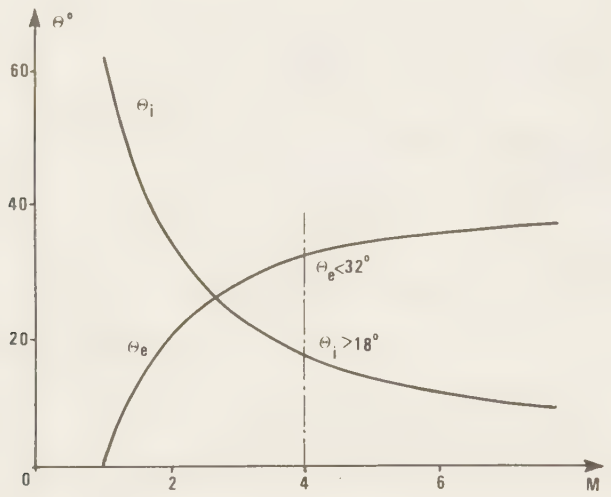


Figure 14

Pour que les molécules n'entrent pas en collision avec les parois de l'éplucheur, il faut que

$$\theta_i > \arcsin \frac{\bar{v}}{U} \qquad (1.130)$$

$\bar{v}$ étant la vitesse moyenne. Or

$$\bar{v} = \left(\frac{8kT}{\pi m}\right)^{1/2}$$

et

$$U = M\left(\frac{\gamma kT}{m}\right)^{1/2}$$

$$\frac{\bar{v}}{U} = \frac{2}{M}\left(\frac{2}{\pi\gamma}\right)^{1/2} \qquad (1.131)$$

et

$$\theta_i > \text{Arc sin } \frac{2}{M}\left(\frac{2}{\pi\gamma}\right)^{1/2} \qquad (1.132)$$

Nous avons tracé sur la figure 14 la courbe représentant la limite inférieure de l'angle θ_i en fonction de M et pour $\gamma = 5/3$.

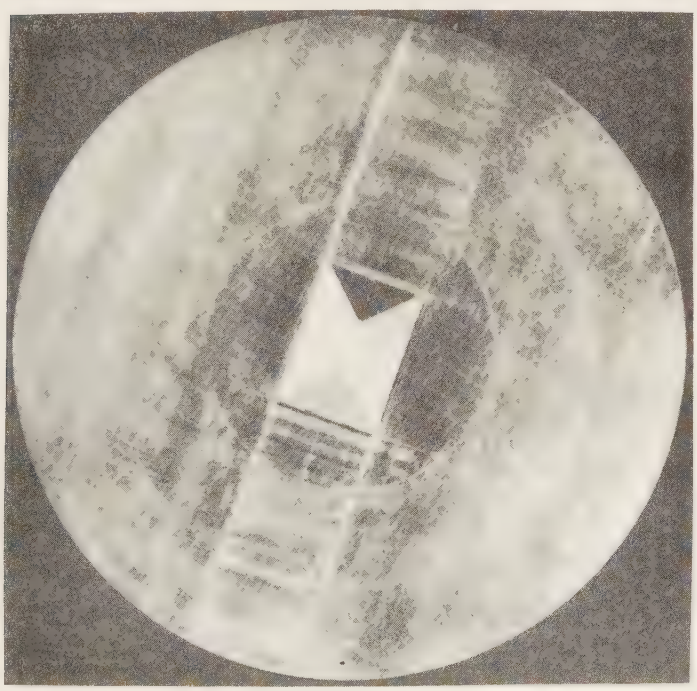
Les courbes de la figure 14 permettent ainsi de déterminer pour un nombre de Mach donné les angles $2\theta_i$ et $2\theta_e$ des parois de l'éplucheur. Nous avons choisi les angles $\theta_e = 31°$ et $\theta_i = 19°$. Ces angles doivent permettre d'éviter les perturbations de l'éplucheur pour un nombre de Mach égal ou supérieur à 4 et sont encore techniquement réalisables.

1.5.2.——— CONSIDERATIONS SUR LA FORME DE L'EPLUCHEUR.

L'étude expérimentale de l'influence de la géométrie des épluchéurs coniques sur l'intensité des faisceaux moléculaires supersoniques a été faite par divers auteurs. L'étude de l'influence des angles a d'abord

été ébauchée par ZAPATA |33| puis poursuivie par les études strioscopiques à pression p_0 élevée par BIER et HAGENA |34|. BOSSEL |35| a étudié l'influence des angles et de la longueur du cône de l'éplucheur à des pressions p_0 comprises entre 760 et 2 torr. Il a montré en particulier qu'avec un faisceau d'azote des performances voisines peuvent être obtenues avec deux éplucheurs dont l'un a des angles $2\theta_i = 25°$ et $2\theta_e = 32°$ et l'autre $2\theta_i = 40°$ et $2\theta_e = 51°$.

CAMPARGUE |36| a repris d'une manière plus systématique et plus complète l'étude expérimentale de l'influence des divers paramètres géométriques de l'éplucheur en utilisant un faisceau de gaz carbonique. L'étude de l'influence des angles a montré que, dans le cas étudié, les perturbations sont minimales, bien que non totalement éliminées, lorsque l'éplucheur conique utilisé a des angles $2\theta_i = 50°$ et $2\theta_e = 60°$. Une étude en fonction de la longueur du cône a montré une influence nette de cette dimension, les perturbations pouvant cependant être facilement évitées ; leurs effets disparaissent complètement lorsque le cône a une longueur supérieure à 4 mm. D'autre part, dans une étude de l'épaisseur du bord de l'ouverture de l'éplucheur, CAMPARGUE a montré la grande importance de cette dimension.



Il est regrettable que ces auteurs n'aient pas, à notre connaissance, comparé, en ce qui concerne les angles, leurs résultats expérimentaux avec les résultats théoriques trouvés par la méthode thermodynamique.

L'éplucheur que nous avons utilisé dans toute notre étu-

de expérimentale est en forme de tronc de pyramide de hauteur 7 mm et a des angles $2\theta_i = 38°$ et $2\theta_e = 62°$. L'écart entre les angles extérieur et intérieur est grand comparé à celui des autres auteurs. Mais la réalisation d'un éplucheur de section rectangulaire semble plus délicate (figure 15).

1.5.3.——— DEFORMATION DU SYSTEME D'ONDES DE CHOC PAR L'EPLUCHEUR.

BIER et SCHMIDT |11| ont étudié, par une méthode strioscopique à une pression p_o de 10 atmosphères, l'influence de la distance buse-éplucheur sur les ondes de choc à la sortie de la buse (figure 16). Leur étude montre que lorsque l'éplucheur est à une distance de la buse supérieure à celle du disque de Mach, il n'a aucune influence sur le "tonnelet de choc". (figure 16a). Par contre, lorsqu'on rapproche l'éplucheur jusqu'à une distance inférieure à la distance du disque de Mach, le système d'ondes de choc se déforme. A partir d'une certaine distance, une onde de choc oblique apparaît au bord

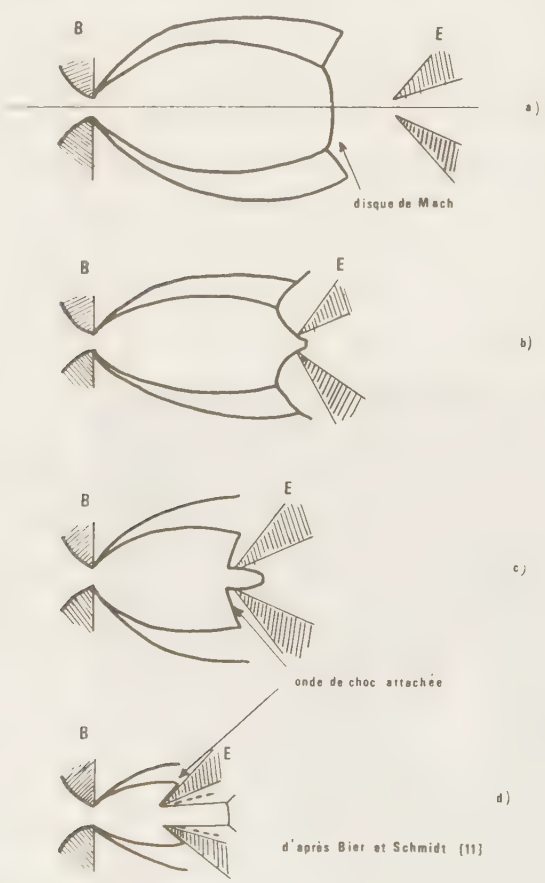


Figure 16

de l'éplucheur (figure 16b). Lorsque la distance buse-éplucheur est inférieure à la distance du renflement du tonnelet, à côté du système d'onde de choc, il apparaît un contour de jet libre en aval de l'ouverture de l'éplucheur. (figures 16c et 16d). Dans ces cas, la figure de l'écoulement en aval de l'éplucheur est semblable à celle d'une détente libre avec un nombre de Mach à l'ouverture supérieur à 1.

D'après ces figures, on voit que la position de l'éplucheur par rapport à la buse joue un grand rôle dans la formation du faisceau moléculaire supersonique. La position de l'éplucheur, permettant d'obtenir un faisceau à grand nombre de Mach, dépendant d'un trop grand nombre de paramètres (géométrie de la buse et de l'éplucheur et rapport de détente), ne peut pas être prévue théoriquement.

1.6.——— ETUDE COMPARATIVE DES VITESSES, DES ENERGIES ET DES INTENSITES D'UN FAISCEAU CLASSIQUE ET D'UN FAISCEAU SUPERSONIQUE |1||37|.

1.6.1.——— LOI DE DISTRIBUTION DES VITESSES.

On sait que la fonction de distribution normalisée $F(\vec{v})$, qui est la solution de l'équation de Boltzmann est de la forme

$$F(v_x, v_y, v_z) = \frac{\exp\left[-\frac{\beta m}{2}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)\right]}{\int dv_x \int dv_y \int dv_z \exp\left[-\frac{\beta m}{2}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)\right]} \quad (1.133)$$

Après avoir évalué les intégrales du dénominateur de l'équation (1.133) et en passant en coordonnées sphériques

$$dv_x\, dv_y\, dv_z = v^2 dv \sin\theta\, d\theta\, d\phi = v^2 dv\, d\omega \quad (1.134)$$

l'intégration de l'équation (1.133) sur tout l'espace donne la distribution des vitesses autour de la vitesse v. D'où

$$F(v)dv = 4\pi^{-1/2} \left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{m}{2kT} v^2\right) dv \quad (1.135)$$

1.6.2. CALCUL DES VITESSES ET DES ENERGIES DU FAISCEAU SUPERSONIQUE A SYMETRIE PLANE.

1.6.2.1. VITESSES.

Dans le cas d'un faisceau supersonique, la vitesse d'entraînement U se superpose à la vitesse d'agitation thermique v. En amont de l'éplucheur, le nombre de molécules ayant des vitesses comprises entre v et v + dv est

$$n_1 \, v \, F(v) \, dv = n_1 \, 4\pi^{-1/2} \, v^3 \, \left(\frac{m}{2kT_1}\right) \exp\left(-\frac{m}{2kT_1}(v - U)^2\right) dv \tag{1.136}$$

En tenant compte de l'anisotropie des températures, on obtient pour la fonction de distribution l'expression

$$F(v_\theta, v_b) = \left(\frac{m}{2\pi kT_{\parallel}}\right)^{1/2} \left(\frac{m}{2\pi kT_{\perp}}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{m}{2kT_{\parallel}}(v_b - U)^2 - \frac{m}{2kT_{\perp}}(v_\theta^2)\right] \tag{1.137}$$

La vitesse la plus probable se calcule en annulant la dérivée par rapport à v de l'expression (1.136). En tenant compte de la relation (1.8) entre les températures en amont et en aval de la buse et en considérant que le nombre de Mach est gelé en amont de l'éplucheur, on trouve

$$v_p(\text{sup}) = M_t \left[\frac{kT_o}{m\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_t^2\right)}\right]^{1/2} \frac{1 + \left(1 + \frac{12}{\gamma M_t^2}\right)^{1/2}}{2} \tag{1.138}$$

Lorsque le nombre de Mach est suffisamment grand (supérieur à 4) la vitesse la plus probable est alors

$$v_p(\text{sup}) = M_t \left[\frac{\gamma kT_o}{m\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_t^2\right)}\right]^{1/2} \tag{1.139}$$

1.6.2.2.—— ENERGIE.

L'énergie correspondant à la vitesse la plus probable d'un faisceau est donnée par

$$E = \frac{1}{2} m v_p^2 \qquad (1.140)$$

Pour un faisceau classique, la vitesse la plus probable dépendant uniquement de la température du four, l'énergie sera limitée par la température maximale pouvant être atteinte expérimentalement.

Pour un faisceau supersonique, la vitesse la plus probable dépend à la fois de T_o et du nombre de Mach, donc du rapport de détente. Pour une même température T_o, l'énergie sera toujours supérieure à celle d'un faisceau classique. D'autre part, l'énergie pourra varier dans un plus large domaine.

1.6.2.3.—— AVANTAGES DU FAISCEAU SUPERSONIQUE AU POINT DE VUE DES VITESSES |38||39|.

Il résulte de ce qui précède que la vitesse la plus probable d'un faisceau supersonique est supérieure à celle d'un faisceau classique |24| dans un rapport

$$\frac{v_p(\text{sup})}{v_p(\text{class})} = M_t \left[\frac{\gamma}{3\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_t^2\right)}\right]^{1/2} \qquad (1.141)$$

si on suppose que les températures T_o sont identiques.

La valeur maximale de ce rapport est

$$\lim \left[\frac{v_p(\text{sup})}{v_p(\text{class})}\right]_{M_t \to \infty} = \left[\frac{2}{3} \frac{\gamma}{\gamma-1}\right]^{1/2} \qquad (1.142)$$

Par exemple, pour un gaz monoatomique, la vitesse la plus probable d'un faisceau supersonique est au plus 1,29 fois la vitesse la plus probable d'un faisceau classique.

D'autre part, au cours de la détente, la diminution de la température locale dans le jet supersonique conduit à un rétrécissement de la distribution des vitesses par rapport à celle d'un faisceau classique. Le rapport de la largeur de la distribution à mi-intensité $\Delta v_{I/2}$ à la vitesse $v_p(sup)$ est

$$\frac{\Delta v_{I/2}}{v_p(sup)} = \frac{2}{M_t} \left(\frac{2 \log 2}{\gamma}\right)^{1/2} \qquad (1.143)$$

La dispersion des vitesses dans le faisceau est donc d'autant plus étroite que le nombre de Mach est plus grand. La figure 17 donne la forme théorique des distributions des vitesses en fonction du nombre de Mach (la courbe M = 0 correspond au faisceau classique). De nombreux chercheurs, en particulier ANDERSON et FENN |14|, KNUTH et KULUVA |37|, BECKER et HENKES |38|, HAGENA et coll. |40||41||42| ont étudié expérimentalement les vitesses de faisceaux supersoniques et trouvent une bonne concordance avec la théorie.

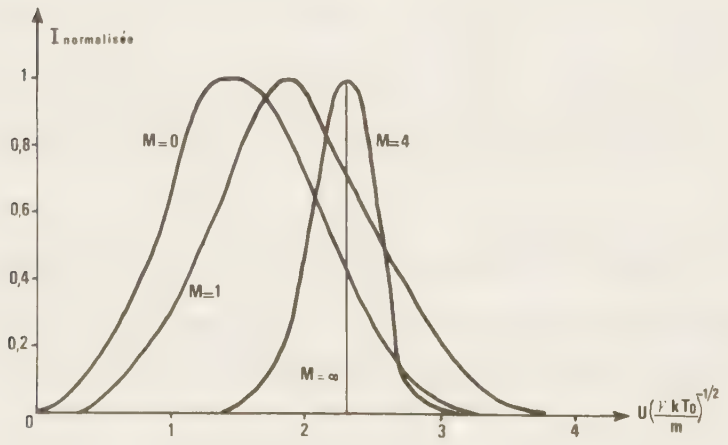


Figure 17

1.6.3.——— CALCUL DES INTENSITES DU FAISCEAU SUPERSONIQUE A SYMETRIE PLANE.

1.6.3.1.——— INTENSITE.

Dans ces faisceaux, lorsque le nombre de Mach est grand, la vitesse d'entraînement U est grande par rapport à la vitesse d'agitation

thermique v. Comme l'ont fait KANTROWITZ et GREY |1|, négligeons en première approximation v devant U et supposons que toutes les molécules ont la vitesse U. Le nombre de molécules passant, par seconde, à travers l'éplucheur, est

$$\mathcal{J}_1 = S_1\, n_1\, U = S_1\, n_1\, a_1\, M_1 \text{ mol.s}^{-1} \tag{1.144}$$

où

$$a_1 = a_0\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{1/2} = a_0\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2\right)^{-1/2} \tag{1.145}$$

L'intensité est alors

$$\mathcal{J}_1 = S_1\, n_1\, a_0\, M_1\left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2\right]^{-1/2} \tag{1.146}$$

On montre que le nombre des molécules qui, ayant passé l'éplucheur, passent le collimateur et qui ont une vitesse v, est

$$\mathcal{J}_2 = S_1\, n_1\, a_0\, M_1^3\, \frac{\gamma}{2}\, \frac{S_2}{\pi c^2}\left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2\right]^{-1/2} \text{ mol.s}^{-1} \tag{1.147}$$

Cette expression de l'intensité n'est qu'une première approximation. PARKER et coll. |43| ont calculé l'intensité en tenant compte de la vitesse v et en supposant que la transition a lieu à l'éplucheur. ANDERSON et coll. |44| ont repris ces calculs en considérant qu'une surface de transition apparaît en amont de l'éplucheur, à une distance b_t de la buse.

Le nombre de molécules passant, par seconde, l'éplucheur est alors

$$\mathcal{J}_1 = \frac{n_1\, S_1\, a_0}{2}\left(\frac{b}{b_t}\right)^2 M_t\left[1 + \operatorname{erf}(\gamma M_t^2/2)^{1/2}\right] + \left[\frac{2}{\gamma\pi}\right]^{1/2} \exp\left(-\frac{\gamma M_t^2}{2}\right)\left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_t^2\right]^{-1/2} \tag{1.148}$$

Pour $M_t > 3$, l'expression (1.148) peut se simplifier et s'écrit

$$\mathcal{J}_1 = \frac{n_1 S_1 a_o}{2} \left[\frac{b}{b_t}\right]^2 2M_t\left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_t^2\right]^{-1/2} \text{ mol.s}^{-1} \qquad (1.149)$$

Le nombre de molécules passant, par seconde, le collimateur est alors

$$\mathcal{J}_2 = \frac{n_1 S_1 a_o}{2} \frac{S_2}{\pi c^2} \left(\frac{b}{b_t}\right)^2 M_t\left[\frac{3 + \gamma M_t^2}{2}\right]\left[1 + \text{erf}\left(\frac{\gamma M_t^2}{2}\right)^{1/2}\right] + \left[\frac{2}{\pi\gamma}\right]^{1/2} \ldots$$

$$\frac{2 + \gamma M_t^2}{2} \exp\left(-\frac{\gamma M_t^2}{2}\right)\left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_t^2\right]^{-1/2} \qquad (1.150)$$

qui peut s'écrire pour $M_t > 3$

$$\mathcal{J}_2 = \frac{n_1 S_1 a_o}{2} \frac{S_2}{\pi c^2} \left(\frac{b}{b_t}\right)^2 M_t(3 + \gamma M_t^2)\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_t^2\right)^{-1/2} \text{ mol.s}^{-1} \qquad (1.151)$$

Or

$$n_1\left(\frac{b}{b_t}\right)^2 = n_t = n_o\left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_t^2\right]^{-\frac{1}{\gamma-1}} \qquad (1.152)$$

si n_t est la densité en aval de la transition.

L'intensité donnée par (1.151) s'écrit alors

$$\mathcal{J}_2 = \frac{a_o n_o S_1}{2} \frac{S_2}{\pi c^2} (3 + \gamma M_t^2) M_t\left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_t^2\right]^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \text{ mol.s}^{-1} \qquad (1.153)$$

Cette intensité dépend de l'aire des ouvertures de l'éplucheur et du collimateur. De même que pour les faisceaux classiques, il est plus avantageux d'utiliser des ouvertures en forme de fentes.

Ces différents calculs d'intensité négligent l'effet des collisions des molécules du faisceau avec les molécules du gaz résiduel dans la chambre de détente et avec celles réfléchies sur la surface de l'éplucheur.

1.6.3.2.—— AVANTAGES DU FAISCEAU SUPERSONIQUE AU POINT DE VUE DES INTENSITES.

Si on suppose la même température T_0 pour un faisceau classique et un faisceau supersonique, le gain en intensité G du faisceau supersonique est

$$G = \left[\frac{\pi\gamma}{2}\right]^{1/2} (3 + \gamma M_t^2)\, M_t \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_t^2\right]^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \qquad (1.154)$$

Ce gain G, ne dépendant que de M_t, peut être considérable quand le nombre de Mach est suffisamment grand : par exemple, pour un nombre de Mach de 10, le gain est de l'ordre de 20. C'est pourquoi les faisceaux supersoniques tendent à être de plus en plus utilisés car leur détection est facilitée par leur bonne intensité.

Ayant besoin, dans notre laboratoire, pour des études ultérieures de sections efficaces de diffusion, d'un faisceau moléculaire intense et bien dirigé, nous avons mis au point et étudié un faisceau supersonique à symétrie plane.

1.7.———— ETUDE EXPERIMENTALE.

1.7.1.———— MODE OPERATOIRE.

Les divers éléments : buse, éplucheur et collimateur sont de section rectangulaire ; leur alignement est très délicat. Malgré des réglages minutieux effectués à l'aide d'un faisceau de lumière parallèle, il peut subsister de très faibles décalages angulaires difficilement appréciables.

Pour produire les faisceaux moléculaires étudiés, nous avons utilisé des gaz commerciaux dont la pureté est au moins égale à 99,95 %. Ces gaz sont introduits en amont de la buse, après détente préalable dans un ballon, à l'aide d'un robinet à pointeau de débit maximum 10 torr.l.s^{-1}. Le contrôle de la pression s'effectue à l'aide, soit

de manomètres métalliques de Bourdon (gammes 0-40 torr ou 0-100 torr), soit d'une jauge de Pirani étalonnée par le constructeur en fonction de la nature du gaz.

Le système de détection est constitué d'une jauge à cathode chaude commerciale munie d'un tube à compression de section rectangulaire. Dans des essais préliminaires, nous avons utilisé des tubes à compression en métal et en verre, de diverses dimensions. Nous avons rejeté définitivement les tubes en métal car la température de l'ensemble s'élève constamment au cours du temps et le dégazage est alors très long. Le raccord étanche entre la jauge et le tube est effectué à l'aide d'un joint métallique en aluminium qui dégaze moins qu'un joint en élastomère. Malgré ces précautions, il y a lieu de chauffer la jauge pendant une dizaine d'heures avant son utilisation. Les dimensions de la fente d'entrée du tube ont été choisies de manière à recevoir le maximum de l'étendue du faisceau à une distance de l'ordre de 10 cm de la fente collimatrice.

Le système de détection est monté sur une plateforme à triple chariotement (queues d'arondes) et peut être translaté sous vide parallèlement aux trois axes rectangulaires. L'alignement de la fente d'entrée du tube avec les trois autres fentes s'effectue en utilisant un faisceau de pression source quelconque et en cherchant l'intensité maximale.

Les pressions lues à la jauge d'ionisation sont affectées par la nature du gaz et il y a lieu de les corriger en tenant compte des sections efficaces d'ionisation des gaz. En général, les constructeurs de jauges indiquent les coefficients de correction pour les gaz usuels. Nous avons néanmoins vérifié ces coefficients et déterminé ceux correspondant au propane et au butane. Pour cela, nous avons utilisé comme manomètre d'étalonnage, un manomètre à capacité qui détecte une pression minimale de 10^{-4} torr. Nous avons introduit le gaz dans une enceinte à vide sur laquelle sont montés les deux manomètres et nous avons choisi le domaine de pression tel que la jauge à ionisation ait

encore une réponse linéaire et que l'erreur de lecture au manomètre à membrane soit aussi faible que possible. Ce domaine s'étend de 10^{-3} à 10^{-2} torr. En opérant de cette manière, nous avons évité les inconvénients résultant de l'utilisation d'une jauge de Mac Leod en particulier avec les gaz condensables. La figure 18 donne les résultats obtenus pour quelques gaz.

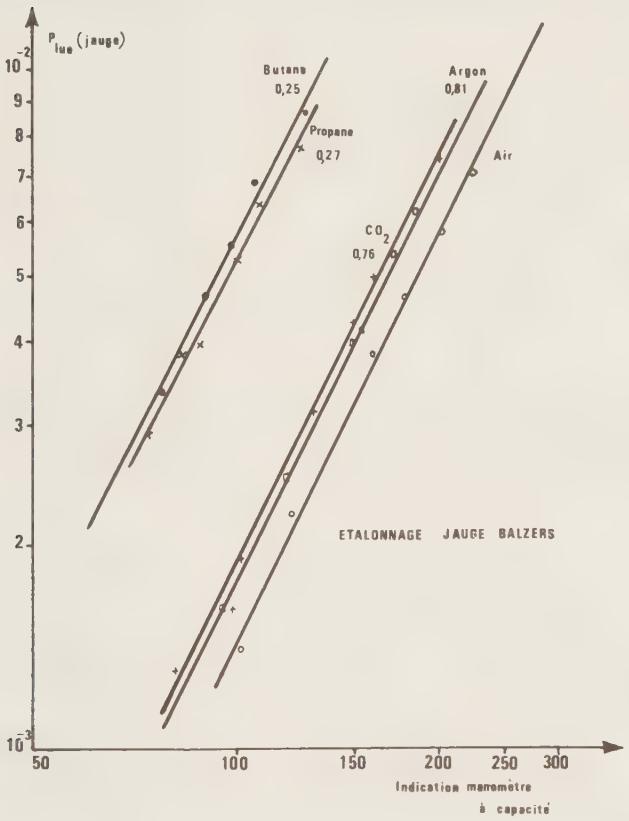


Figure 18

Etant donné la forme du tube à compression de la jauge, le facteur de compression est difficile à calculer avec précision ; aussi avons-nous préféré utiliser un faisceau de four d'azote pour transformer directement les pressions lues à la jauge en intensités de faisceau (en $mol.st^{-1}.s^{-1}$). Pour former le faisceau de four, nous avons utilisé l'éplucheur comme fente effusive et le collimateur comme seconde fente. L'intensité du faisceau qui passe la seconde fente est donnée par

$$J_{2(class)} = \frac{S_1}{4} n_o \bar{v} \frac{S_2}{\pi c^2} \text{ mol.s}^{-1} \qquad (1.155)$$

Exprimée en $mol.st^{-1}.s^{-1}$, pour l'azote elle peut se mettre sous la forme

$$I_{2(class)} = 6.10^{17} P_{01}(\text{torr}) \text{mol.st}^{-1}.\text{s}^{-1} \qquad (1.156)$$

où P_{01} est la pression du gaz introduit en amont de l'éplucheur. Nous avons fait varier P_{01} de 4.10^{-3} à 10^{-1} torr. La figure 19 donne la droite d'étalonnage ainsi obtenue en coordonnées logarithmiques. Pour déterminer les intensités des faisceaux supersoniques utilisés, nous avons extrapolé cette droite d'étalonnage.

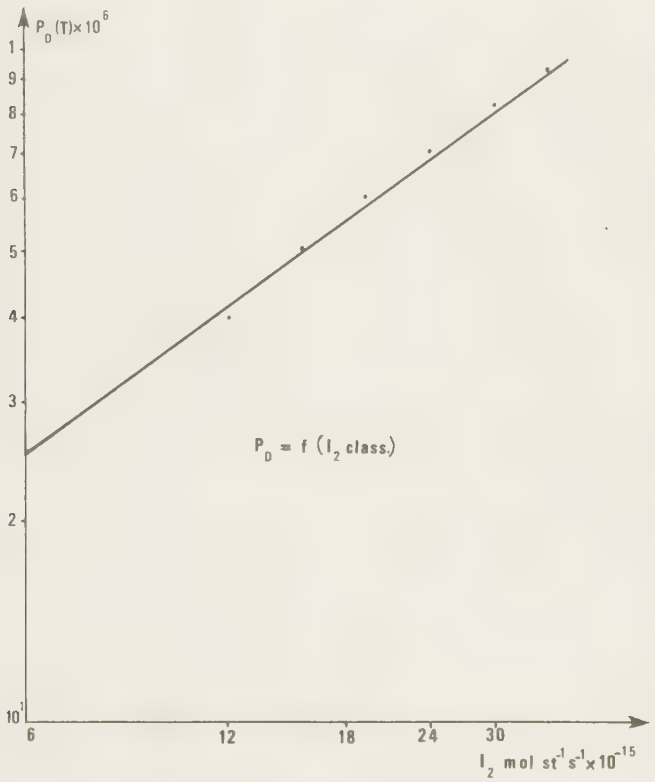


Figure 19

La jauge de contrôle (placée en dehors de l'axe de propagation du faisceau), a montré que la pression résiduelle n'excède pas 10^{-6} torr dans la chambre d'étude au cours des expériences, c'est-à-dire lorsque les fentes débitent. Cette pression est vingt fois inférieure à la plus petite pression lue à la jauge détectrice. En conséquence, nous n'avons pas fait de correction pour l'augmentation de pression résiduelle dans la chambre d'étude.

1.7.2.——— RESULTATS EXPERIMENTAUX ET INTERPRETATION.

1.7.2.1.——— ETUDE DE LA VARIATION D'INTENSITE D'UN FAISCEAU D'ARGON EN FONCTION DES DIVERS PARAMETRES.

Le tracé des courbes de l'intensité du faisceau en fonction de la distance buse-éplucheur b, à pression source p_o donnée, présente en général l'allure suivante (figure 20) : décroissance jusqu'à un minimum puis passage par un maximum. Ce comportement a été observé dans un large domaine de pressions p_o (cependant la décroissance d'intensité n'apparaît pas aux faibles pressions p_o), de pressions aval buse p_1, et pour un grand nombre de gaz. Cette variation de l'intensité semble contradictoire avec celle de l'intensité théorique, toujours croissante avec p_o, prévue par l'équation (1.153). Dans le paragraphe 1.4.2., nous avons montré que le nombre de Mach atteint une limite, l'intensité théorique ne dépendant que de M devrait rester constante à partir de la valeur de b correspondant à

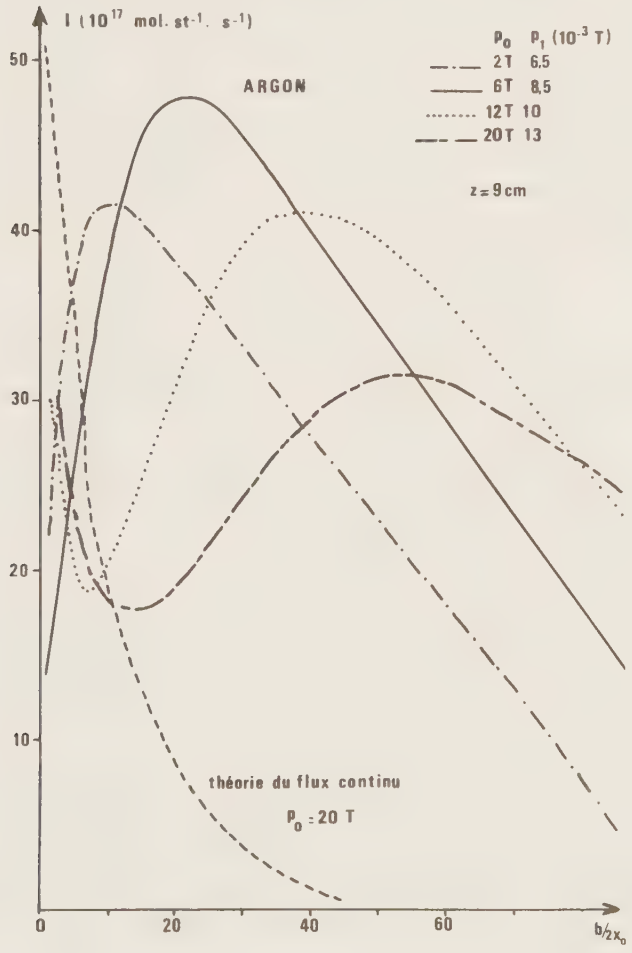


Figure 20

cette limite. Il y a donc lieu de chercher une expression de l'intensité théorique qui rende mieux compte des résultats expérimentaux.

L'allure générale des courbes expérimentales exposée ci-dessus a été déjà rencontrée par d'autres auteurs |45||46||47||48|, mais a souvent été expliquée de manière qualitative seulement.

Nous étudierons successivement les deux domaines des courbes $I = f(b/2x_0)_{p_0}$ en les interprétant de manière aussi rigoureuse que possible. Nous nous servirons d'une étude expérimentale de distribution d'intensité dans l'espace pour appuyer ces interprétations. Sur les figures représentant ces résultats, nous n'avons pas fait figurer les points expérimentaux, ceux-ci étant très nombreux et se trouvant tous sur les courbes.

1.7.2.1.1.— Etude de la décroissance d'intensité jusqu'à un minimum - Variation de la position de ce minimum en fonction des divers paramètres.

Les diverses expériences ont permis de faire les constatations suivantes sur la décroissance en intensité avant le minimum et sur la position de ce dernier (figure 21) :

- pour une pression p_0 donnée, les régions situées avant le minimum sont superposées quelle que soit la pression p_1 ;
- pour une pression p_0 donnée, l'intensité et la position du minimum sont indépendantes de p_1.

Ceci montre que la pression p_1, extérieure au "tonnelet de choc" ne perturbe pas le faisceau, ce qui tend à prouver que le flux est continu dans ce domaine. L'étude de la distribution des intensités dans la direction x (figure 22) montre que le faisceau est très large pour les distances b de ce domaine.

La théorie thermodynamique du flux isentropique (1.153) prévoit une intensité toujours décroissante quand b augmente. En effet la densité du flux diminue le long de l'axe en s'éloignant de la buse, et ceci

d'autant plus rapidement que la pression p_0 est faible. Les courbes expérimentales montrent que le minimum apparaît à des distances b d'autant plus petites que p_0 est plus faible. Le fait qu'après le minimum les courbes $I = f(b)_{p_0}$ s'écartent les unes des autres suggère que la nature du flux est différente après le minimum.

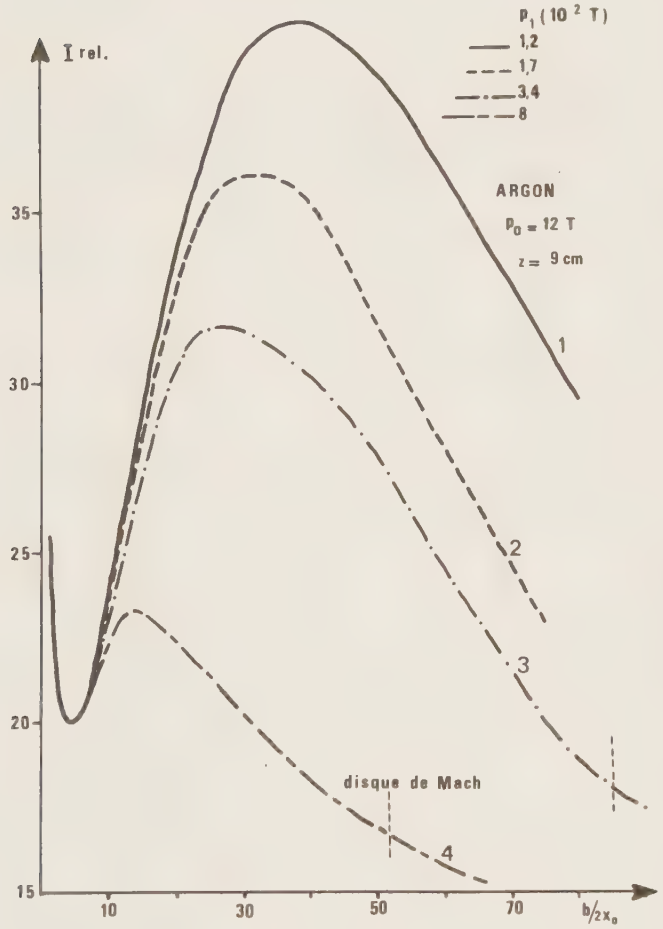


Figure 21

La théorie cinétique exposée pour une buse à symétrie plane au paragraphe 1.4.2., repose sur un gelage lent du nombre de Mach. Nous avons vu qu'il est possible de déterminer la distance b à laquelle commence cette transition et celle où elle est presque terminée, ainsi que de calculer le nombre de Mach terminal. Nous comparerons les valeurs déduites de nos résultats expérimentaux à ces valeurs théoriques pour l'argon.

Le nombre de Knudsen-buse Kn_0 est donné par l'expression

$$Kn_0^{-1} = \frac{2x_0}{\lambda_{vis}} = 2x_0\sqrt{2}\, n_0\sigma^2\, \pi\, \Omega^{(2,2)^*}(T^*) \qquad (1.157)$$

Nous avons pris pour l'argon les valeurs σ et ε/k trouvées dans

la littérature |26| soit

$\sigma = 3{,}4\ \mathring{A}$, $\varepsilon/k = 120°K$ d'où $T^* = 2{,}5$ et $\Omega^{(2,2)^*} = 1{,}093$

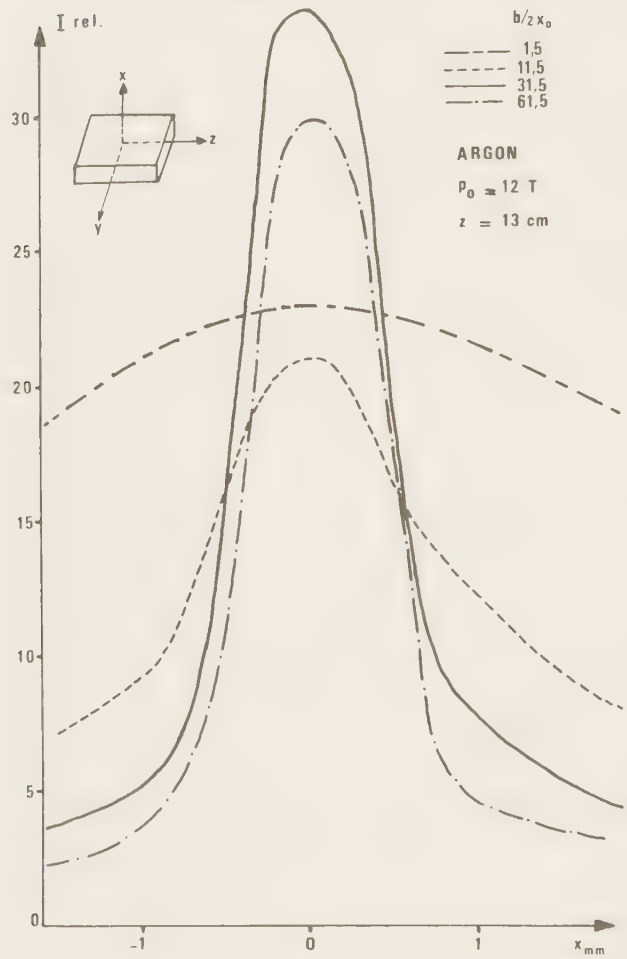


Figure 22

Le nombre de Knudsen s'écrit alors en fonction de p_o

$$Kn_o^{-1} = 1{,}81\ p_o\ (torr)$$

D'autre part

$$b^* = 1{,}5.2x_o$$

La valeur du paramètre α de l'équation (1.79) est alors

$$\alpha = 0{,}69\ Kn_o^{-1} = 1{,}25\ p_o(torr)$$

Le nombre de Mach terminal donné par l'équation (1.111) s'écrit dans le cas où les molécules ont une distribution de vitesses maxwellienne

$$M_{ll\infty} = M_t = 1{,}79\alpha^{0,5} = 2\ p_o^{0,5} \qquad (1.158)$$

La distance $b/2x_o$ à partir de laquelle la théorie du flux continu commence à n'être plus valable est telle que

$$\frac{b}{2x_o} = 0{,}075\ \alpha$$

et à la distance

$$\frac{b}{2x_o} = 0{,}375\ \alpha$$

on se trouve dans le domaine de transition.

Nous avons effectué les calculs pour trois valeurs de p_o : 12, 20 et 35 torr ; les résultats théoriques sont donnés dans le tableau II.

La partie inférieure du tableau II donne la position des minima d'intensités pointés sur nos courbes expérimentales $I = f(b/2x_o)_{p_o}$ ainsi que les valeurs des nombres de Mach correspondants, lues sur les courbes $M = f(b/2x_o)$ que nous avons tracées pour une buse à symétrie plane (figure 10).

Tableau II

p_o torr	12	20	35	
$M_{II\infty}$	6,9	8,95	11,8	Théorie cinétique pour une buse plane
Début de la transition $b/2x_o$	1,13	1,88	3,3	
$b/2x_o$ au cours de la transition	5,65	9,4	16,5	
$b/2x_o$ minimum	$\sim$ 6,6	14,4	30	Minima expérimentaux
M_t courbe figure 10	5,6	7,7	11	

Nous constatons que les nombres de Mach terminaux déterminés d'une part par une méthode purement théorique et d'autre part par une méthode semi-empirique sont tout à fait comparables. Il en est de même des positions des minima comparées aux distances auxquelles a lieu théoriquement la transition. Le calcul théorique a supposé que la distribution des vitesses est maxwellienne et que le potentiel intermoléculaire est en r^{-5}.

Nous avons ainsi démontré que l'on peut considérer que la transition du flux continu en flux moléculaire, conduisant, à la fin de la transition, à un gelage du nombre de Mach, a lieu au minimum d'intensité observé sur nos courbes expérimentales $I = f(b)p_0$. Dans le paragraphe 1.7.3., l'étude des distributions des vitesses et le calcul de M correspondant confirme ces résultats.

En nous appuyant sur la méthode semi-empirique de BIER et SCHMIDT et sur les calculs de ANDERSON, nous avons montré au paragraphe 1.4.1.5. (1.28) que le nombre de Mach terminal varie comme l'inverse du nombre de Knudsen à la buse à une puissance inférieure à 1, donc comme p_0 à une puissance inférieure à 1. Nous avons tracé en coordonnées logarithmiques les courbes $M_t = f(p_0)$ obtenues à partir de nos courbes expérimentales $I = f(b)_{p_0}$ (figure 23).

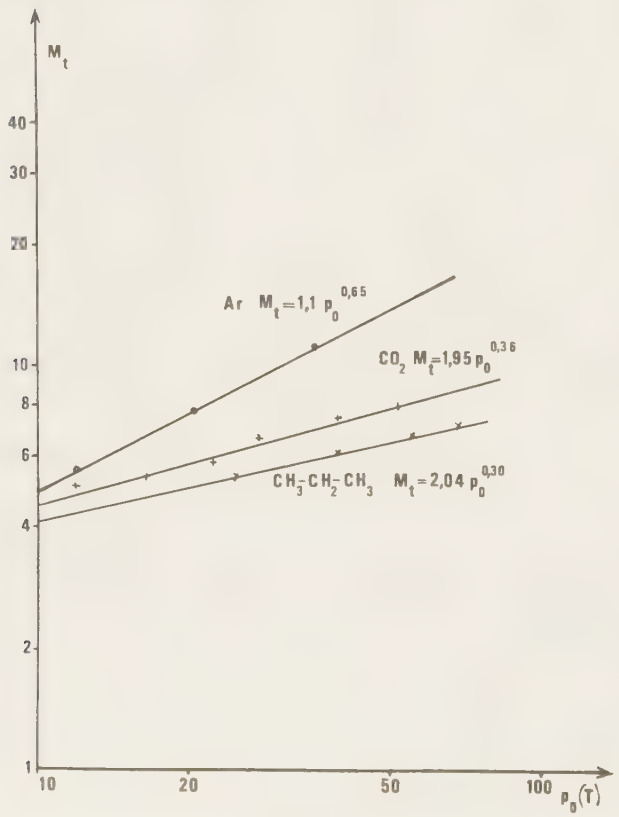


Figure 23

Compte tenu des erreurs commises sur les pointés des minima, les points se situent bien sur une droite, la variation de M_t est donc de la forme

$$M_t = B\, p_0^{\beta} \qquad (1.159)$$

où B est une constante. L'exposant β peut être déterminé à partir de la pente des droites. Nous obtenons pour l'argon

$$M_t = 1{,}1(p_0)^{0{,}65} \qquad (1.160)$$

Pour une buse de révolution, ANDERSON et coll. |9| ont trouvé expérimenta-

lement une valeur $\beta = 0,4$ mais certains auteurs |49| sont en désaccord. SCOTT et PHIPPS |50| en particulier trouvent que la théorie d'HAMEL et WILLIS n'est vérifiée que pour des valeurs de Kn_0^{-1} assez faibles et leurs résultats sont en accord avec les résultats expérimentaux d'ANDERSON pour les grandes valeurs de Kn_0^{-1}.

Des études semblables effectuées pour un grand nombre de gaz (mono, di et polyatomiques), qui seront exposées ultérieurement, confirment notre interprétation du gelage de M au minimum d'intensité.

1.7.2.1.2.— Etude de la variation d'intensité après le minimum.

D'après ce qui précède, à partir du minimum des courbes $I = f(b)_{p_0}$ le nombre de Mach a une valeur constante que nous avons déterminée ; l'intensité du faisceau ne dépendant que de M, devrait alors être constante. Or, on constate (figure 20) qu'elle augmente et passe par un maximum. Après le minimum, la transition étant achevée, le flux est moléculaire, ce qui est confirmé par l'étude des distributions d'intensité dans un plan normal au faisceau qui montre que les dimensions du faisceau varient peu à partir du minimum (figure 22). Le flux étant moléculaire, les molécules du gaz résiduel de la chambre de détente peuvent alors pénétrer dans le flux et provoquer une diminution de l'intensité du faisceau. Plusieurs auteurs |47||48||51||52| ont vérifié cette variation de l'intensité avec la pression p_1 et ont tenté de la prévoir. Mais aucune théorie ne prévoit l'augmentation de l'intensité lorsque la distance b augmente. BIER et HAGENA |51| ont expliqué ce phénomène en considérant qu'il y a une diminution progressive des perturbations du faisceau en amont de l'éplucheur. FRENCH et MICHAEL |53| ont montré par des mesures de densité à l'éplucheur que les perturbations n'étaient pas dues à une onde de choc détachée mais principalement à l'influence des lèvres de l'éplucheur. BROWN |47|, GOVERS et coll. |48| ont confirmé l'interaction de l'éplucheur en faisant des études avec un éplucheur refroidi.

Nous allons étudier successivement l'interaction de l'éplucheur et l'influence de la pression p_1 et montrer que le maximum d'intensité apparaît lorsqu'il y a un compromis entre ces deux types de perturbations. L'existence de ce maximum et sa position peuvent alors être prévues théoriquement.

1.7.2.1.2.1.- Interaction du faisceau avec l'éplucheur.

L'étude théorique de la forme de l'éplucheur (paragraphe 1.5) a permis de calculer l'angle extérieur tel que l'onde de choc soit "attachée" à l'éplucheur et l'angle intérieur, de manière à éviter les collisions sur les parois internes. La détermination de ces deux angles est étroitement liée au nombre de Mach et au rapport des chaleurs spécifiques γ.

Plusieurs auteurs |34||36||53||54| ont montré, en faisant des études systématiques avec diverses formes d'éplucheur, qu'il était difficile de construire un éplucheur parfait. En particulier, même en choisissant le meilleur angle extérieur possible, des réflexions sur les parois externes de l'éplucheur peuvent avoir lieu, de même à l'intérieur de l'éplucheur il peut se produire la formation de chocs obliques et un phénomène de diffusion, même si l'angle intérieur est bien choisi. La finesse de l'arête de l'éplucheur joue aussi un rôle très important. En effet, il faut que la largeur de l'arête soit inférieure au libre parcours moyen λ_e dans le faisceau à l'éplucheur. λ_e peut être calculé aisément, sachant qu'en un point de l'axe le libre parcours moyen λ est lié à λ_0 dans la source par

$$\lambda = \lambda_0 \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \qquad (1.161)$$

Or d'après DUSHMANN |55| λ_0 est donné par

$$\lambda_0(\text{cm}) = \frac{8{,}589\ \mu_0(\text{poises})\ (T_0)^{1/2}}{p_0(\text{torr})\,[m(g)]^{1/2}} \qquad (1.162)$$

λ_e est alors donné par l'expression |45|

$$\lambda_e = \lambda_o \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \frac{b^2}{S_o} tg^2 a_e \qquad (1.163)$$

Par exemple, pour p_o = 20 torr et b correspondant au maximum de la courbe $I = f(b)_{p_o}$, λ_e = 0,6 mm. Notre dispositif est à symétrie plane et la réalisation technique de l'éplucheur s'est avérée très délicate, c'est pourquoi l'arête de la fente n'est pas aussi fine que nous l'aurions désiré : elle a une épaisseur de l'ordre de 30 microns. Cette largeur est encore très nettement inférieure au libre parcours moyen λ_e à l'éplucheur mais elle est suffisamment grande pour provoquer des collisions et atténuer le faisceau. Nous ne pouvons pas apprécier la grandeur exacte de l'atténuation due à l'épaisseur des lèvres de fente.

Les molécules qui passent l'éplucheur ont un rapport de vitesses U/v égal à $\sqrt{\frac{\gamma M_t^2}{2}}$. On peut donc penser que l'interaction du faisceau avec l'éplucheur dépend de ce rapport. D'autre part, l'interaction du faisceau avec l'éplucheur diminue lorsque la distance b augmente pour disparaître complètement à une distance b qui dépend des différents paramètres, comme nous le montrerons dans le paragraphe 1.7.2.1.3.2.

Nous avons alors considéré que le facteur d'augmentation de l'intensité du faisceau à partir du minimum pouvait se mettre sous la forme suivante

$$\exp\left(-\frac{\gamma M_t^2}{2} \sin a_e\right) \qquad (1.164)$$

Nous avons représenté sur la figure 24A la variation de ce facteur d'augmentation de l'intensité calculé pour une pression source de 12 torr. Notons que l'exponentielle tend d'autant plus lentement vers 1 que la pression p_o est plus grande.

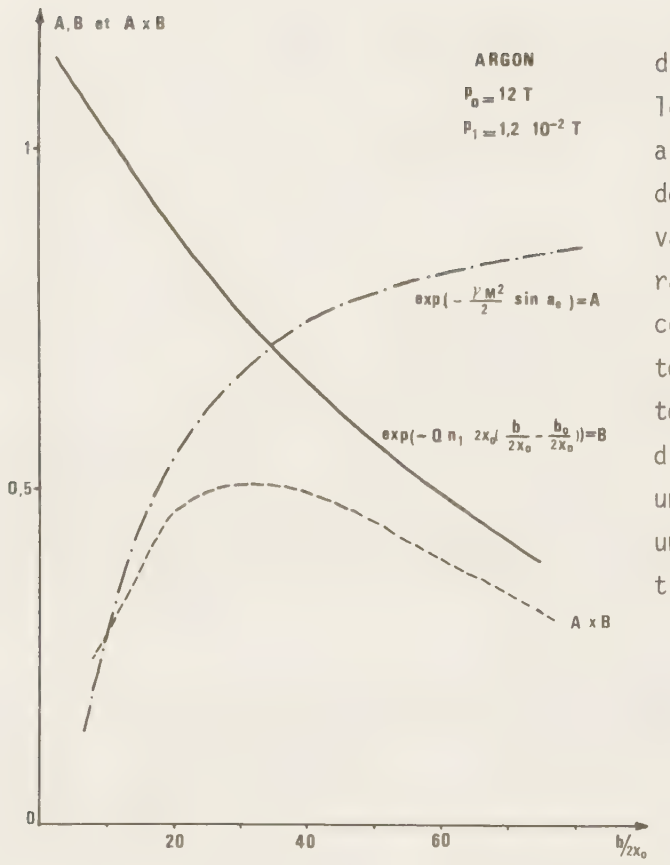


Figure 24

Lorsque l'angle a_e diminue, c'est-à-dire lorsque la distance b augmente, l'intensité devrait tendre vers une valeur constante qui serait alors directement comparable à l'intensité théorique. Or l'intensité expérimentale du faisceau passe par un maximum, il y a donc une autre source de perturbation.

1.7.2.1.2.2.- Influence de la pression p_1.

Pour étudier l'influence de la pression p_1 et en particulier déterminer à partir de quelle distance à la buse elle se fait sentir, nous avons étudié l'influence de la pression p_1 sur l'intensité du faisceau. Nous avons pour cela introduit de l'argon dans la chambre de détente à l'aide d'une vanne de façon à faire varier la pression p_1. Les expériences ont été menées de deux manières différentes :

- à pressions p_0 et p_1 données, nous avons noté les variations de l'intensité en fonction de la distance b.
- à pression p_0 et à distance b données, nous avons étudié les

variations d'intensité en fonction de la pression p_1.

Les pressions p_o varient de 6 à 30 torr et les pressions p_1 de 7.10^{-3} à 10^{-1} torr, soit une variation du rapport de détente de 100 à 5000 environ.

Le faisceau est d'autant plus atténué que p_1 est grand. La première conclusion que nous pouvons tirer de ces diverses expériences est que l'influence de la pression p_1 est très importante et par conséquent que les molécules du gaz résiduel de la chambre de détente ont pénétré jusqu'à l'axe pour atténuer le faisceau. GOVERS et coll. |48| ont montré que cette atténuation peut encore se faire sentir à des pressions p_1 aussi basses que 10^{-4} torr. Notre dispositif expérimental n'a pas une vitesse de pompage suffisamment grande dans la chambre de détente pour éviter l'influence de la pression p_1.

La seconde constatation est que les courbes (figure 21), pour une pression p_o donnée, s'écartent l'une de l'autre bien avant que l'intensité du faisceau ait atteint sa valeur maximale et d'autant plus que la pression p_1 est plus grande. Il en résulte un déplacement de la position du maximum d'intensité vers les petites valeurs de b quand la pression p_1 augmente. Par exemple, pour p_o = 12 torr, le maximum d'intensité se déplace d'environ 3 mm vers les petites valeurs de b lorsque la pression p_1 augmente d'un facteur 7. Parallèlement, l'intensité a diminué d'un facteur 2.

La courbe 4 de la figure 21 indique nettement que la décroissance de l'intensité a une forme exponentielle aux grandes distances b. Pour les autres courbes, nous n'observons qu'une partie linéaire de la décroissance. Afin d'expliquer pourquoi la forme exponentielle de la décroissance n'apparaît pas sur toutes les courbes, nous avons calculé les positions des disques de Mach, directement reliées aux rapports de détente p_o/p_1 (paragraphe 1.4.1.5.) pour les quatre cas étudiés sur la figure 21.

Tableau III

p_0(torr)	12	12	12	12
p_1(torr)	$1,2\ 10^{-2}$	$1,7\ 10^{-2}$	$3,3\ 10^{-2}$	8.10^{-2}
$(b/2x_0)_M$	148	122	84	52

Quand l'éplucheur est situé au-delà du disque de Mach, il est normal que l'intensité du faisceau ne varie plus comme l'a montré l'étude faite par DUPEYRAT |12| en atmosphère raréfiée. Pour les courbes 1 et 2, les disques de Mach sont situés trop loin pour que cette limite d'intensité soit atteinte.

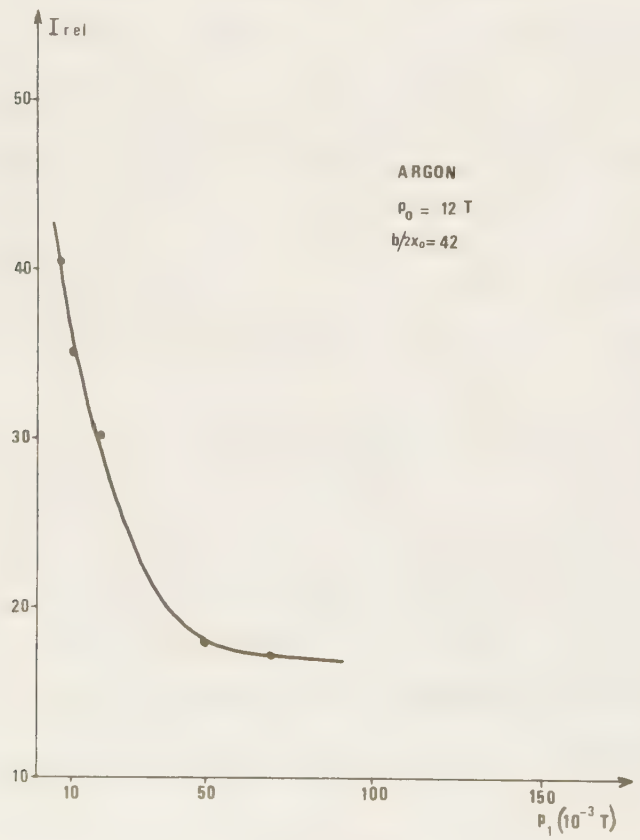


Figure 25

Nous avons tracé (figure 25) la variation de l'intensité du faisceau en fonction de la pression p_1 pour une distance b donnée. La courbe obtenue a une forme exponentielle que nous pourrons représenter par une équation classique de diffusion

$$I = I_0 \exp(- Q n_1 \ell) \quad (1.165)$$

où I_0 serait l'intensité en l'absence d'interaction de l'éplucheur et d'influence de p_1, Q a

la dimension d'une section efficace de diffusion, et ℓ est la longueur sur laquelle s'effectue la diffusion.

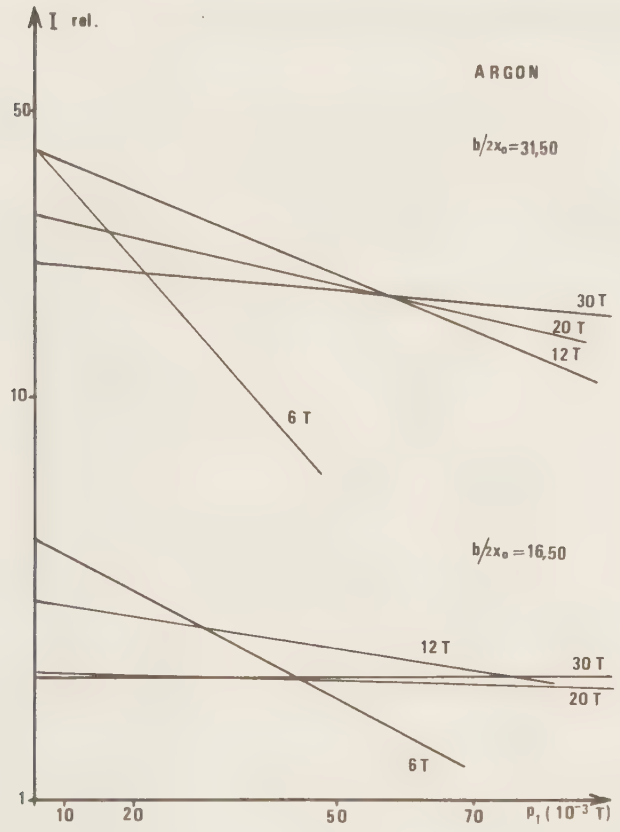


Figure 26

La détermination de ℓ présente des difficultés, aussi avons-nous opéré de la manière suivante. Nous avons tracé en coordonnées logarithmiques les variations de l'intensité en fonction de p_1. La pente de la partie linéaire de ces courbes nous donne la valeur de Qℓ. Nous avons fait ces mesures pour un grand nombre de paramètres p_0, p_1 et b. La figure 26 montre quelques résultats comparatifs à deux distances b différentes et pour différentes valeurs de p_0. Pour $b/2x_0 = 16,5$, on constate qu'il n'y a aucun effet appréciable de la pression p_1 sur l'intensité du faisceau lorsque la pression source est de 30 torr, mais que cet effet augmente quand la pression p_0 diminue. Par contre, à la distance $b/2x_0 = 31,5$, on constate que l'effet de la pression p_1 se fait sentir quelle que soit la pression p_0. Nous avons reporté sur la figure 27 les pentes de toutes ces droites en fonction de $b/2x_0$. Ces courbes présentent, pour chaque pression p_0, une région linéaire pour les grandes valeurs de b et tendent lentement vers zéro aux petites valeurs de b. Le point $(b_0/2x_0)$ où la droite extrapolée coupe

l'axe $b/2x_0$ représente en bonne approximation la valeur de la distance b à partir de laquelle l'action de la pression p_1 commence à se faire sentir. L'équation (1.165) s'écrit alors

$$I = I_0 \exp\left[- Q\, n_1\, 2x_0 \left(\frac{b}{2x_0} - \frac{b_0}{2x_0}\right)\right] \qquad (1.166)$$

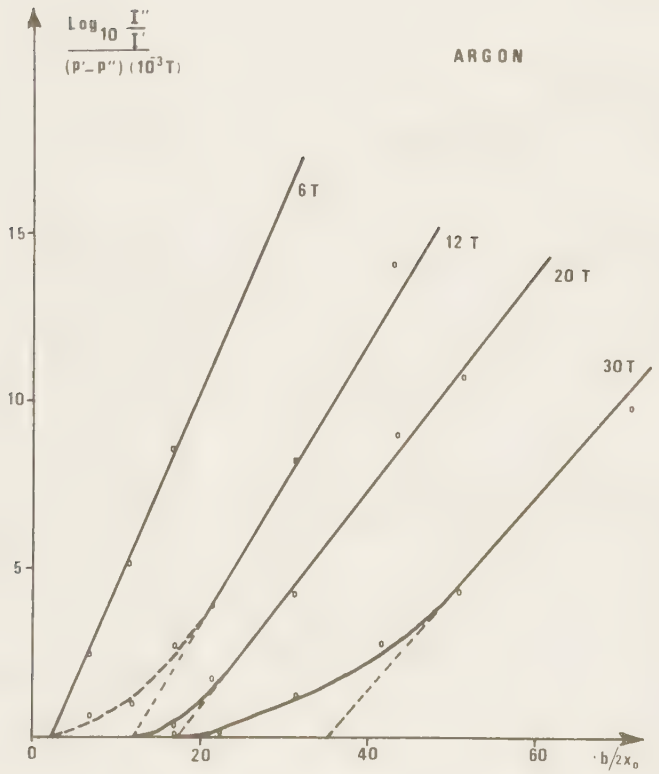


Figure 27

Pour déterminer Q, nous avons noté l'atténuation du faisceau dans la région des courbes $I = f(b)_{p_0}$ où l'interaction de l'épluche-ur est négligeable (courbe A de la figure 24). Nous trouvons ainsi une valeur Q de 45 $\mathring{A}^2$.

La courbe B de la figure 24 représente en fonction de $b/2x_0$ l'atténuation du faisceau donnée par l'équation (1.166).

1.1.2.3.- Intensité théorique corrigée et prévisions des maxima d'intensité en fonction de b, à p_0 constant.

Pour être directement comparable aux résultats expérimentaux, l'intensité théorique I_0 doit être corrigée en tenant compte des deux per-

turbations. Elle est alors de la forme

$$I = I_0 \exp(-\frac{\gamma M_t^2}{2} \sin a_e) \exp\left[-\, Q\, n_1\, 2x_0 (\frac{b}{2x_0} - \frac{b_0}{2x_0})\right] \tag{1.167}$$

Le produit des deux exponentielles est représenté sur la figure 24 pour $p_0 = 12$ torr et l'intensité théorique correspondante est comparée à l'intensité expérimentale sur la figure 28 . Les allures des courbes théorique et expérimentale sont tout à fait semblables, mais l'intensité expérimentale reste encore deux fois plus petite que l'intensité théorique.

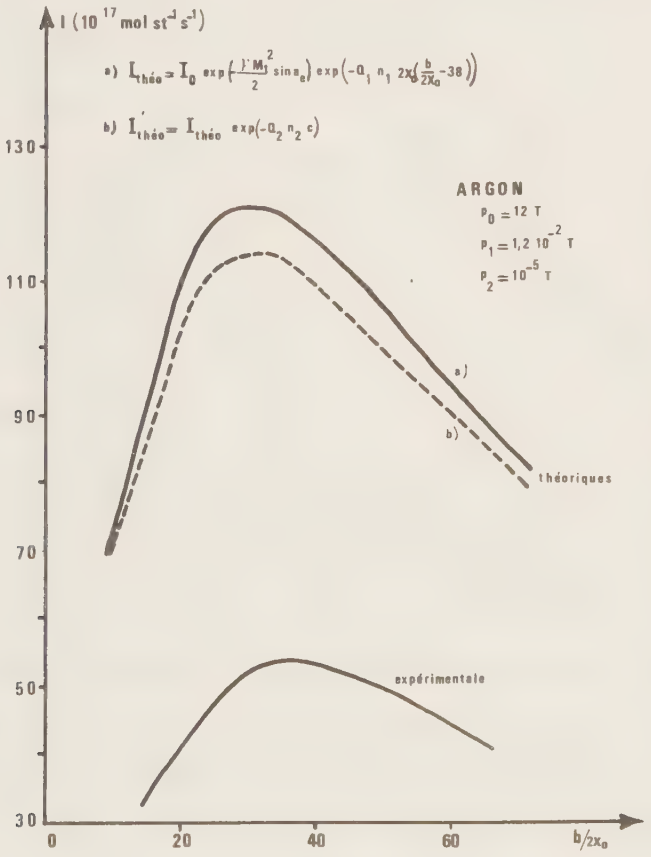


Figure 28

La position $(\frac{b}{2x_0})_{max}$ du maximum d'intensité est telle qu'en ce point, la dérivée de l'équation (1.167) par rapport à $b/2x_0$ est nulle, soit

$$(\frac{b}{2x_0})_{max} \sim M_t\, p_1^{-0,5} \tag{1.168}$$

Or, nous avons trouvé que pour l'argon, le nombre de Mach est proportionnel à $p_0^{0,65}$ (1.160). La valeur de la position du maximum d'intensité est alors dans ce cas

$$(\frac{b}{2x_0})_{max} \sim p_0^{0,65} . p_1^{-0,5} \tag{1.169}$$

Nous avons porté sur une même courbe (figure 29) les valeurs $(\frac{b}{2x_0})_{max}$ pour différentes valeurs de p_0 et p_1, obtenues d'une part expérimentalement (figure 20) et d'autre part théoriquement à partir de l'équation (1.167), en fonction de $p_0^{0,65}.p_1^{-0,5}$. Les divers points sont situés sur une même droite, aux erreurs près de pointés des maxima et de lectures de pression en ce qui concerne les points expérimentaux. Nous avons contrôlé que tout autre exposant de p_0 ne donne pas des valeurs se situant sur une droite. Nous avons donc ici une bonne vérification de la dépendance du nombre de Mach avec p_0 qui a été obtenue à partir des minima d'intensité des courbes expérimentales.

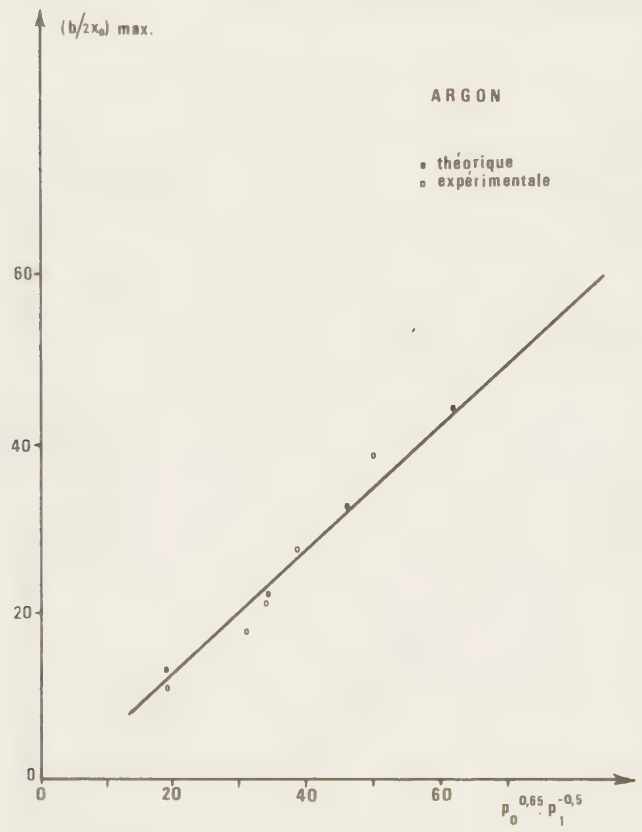


Figure 29

La relation (1.168) a d'ailleurs été vérifiée pour un certain nombre d'autres gaz comme nous le verrons ultérieurement, ce qui généralise et confirme nos résultats.

1.2.4.- Variation de l'intensité du faisceau en fonction de p_0. Existence d'un maximum maximorum d'intensité.

Sur la figure 20, on constate qu'il y a une valeur particulière de

la pression amont buse p_0 pour laquelle il y a un compromis entre l'interaction de l'éplucheur et l'influence de la pression p_1 qui produit une intensité maximale du faisceau. Nous dirons qu'il y a un maximum maximorum. Plusieurs auteurs ont aussi observé un maximum maximorum d'intensité pour divers gaz : CAMPARGUE |56|, AURICH |57|, SCOLES et TORELLO |58|, VYSE et coll. |59| et BOSSEL et coll. |35|.

Nous allons essayer en traçant les courbes $I = f(p_0)_b$ d'expliquer ce phénomène et de discuter dans quelles conditions le maximum maximorum d'intensité apparaît.

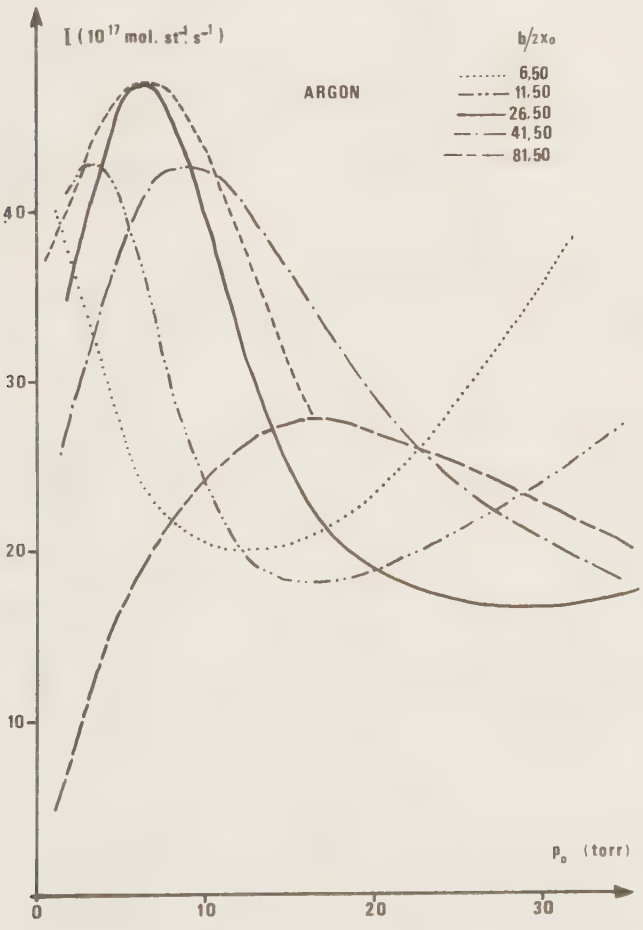


Figure 30

Nous avons tracé sur la figure 30, la variation de l'intensité du faisceau en fonction de la pression p_0 pour différentes distances buse-éplucheur. Nous constatons que, sauf aux très faibles distances (pour lesquelles le flux est continu), chaque courbe passe par un maximum d'intensité. Il faut noter que la pression p_1 varie constamment le long d'une même courbe.

L'équation (1.167) peut représenter aussi les courbes $I = f(p_0)_b$, les seules variables sont

alors M_t, (donc p_o) et p_1. Pour une valeur de b donnée, il y a un maximum d'intensité pour des valeurs de p_o et p_1 qui annulent la dérivée de l'équation (1.169) correspondant à

$$M_t \sim \left(\frac{b}{2x_o} - \frac{b_o}{2x_o}\right) \frac{b}{2x_o} \qquad (1.170)$$

soit, pour l'argon, compte tenu de (1.160)

$$p_o^{0,65} \sim \left(\frac{b}{2x_o} - \frac{b_o}{2x_o}\right) \frac{b}{2x_o}$$

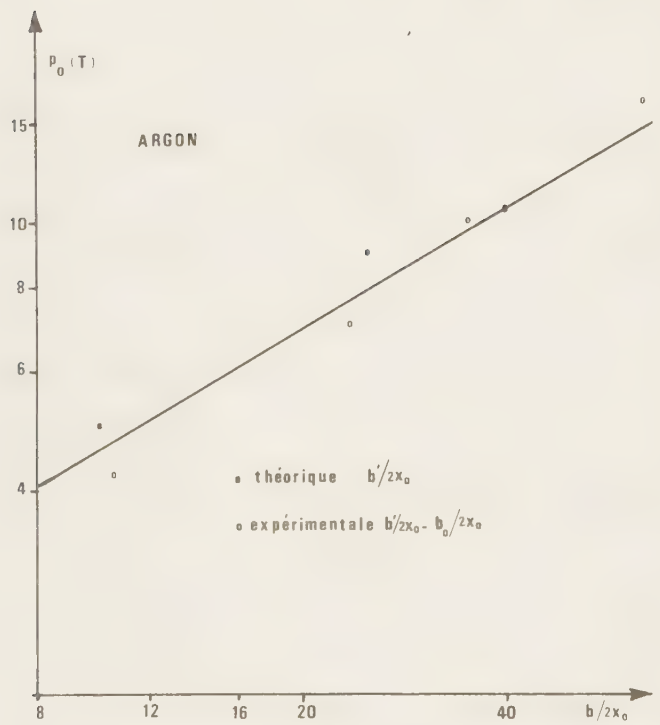


Figure 31

Cette proportionnalité est vérifiée sur la figure 31 sur laquelle nous avons porté les maxima prévus théoriquement à partir de l'équation (1.167) et les maxima expérimentaux de la figure 30.

Si on remplace dans l'équation (1.167) $\left(\frac{b}{2x_o} - \frac{b_o}{2x_o}\right) \frac{b}{2x_o}$ par $p_o^{0,65}$, on obtient une équation donnant la variation de l'intensité en fonction des seules variables p_o et p_1. Cette équation représente le lieu des maxima d'intensités des courbes $I = f(p_o)_b$. La courbe représentative passe elle-même par un maximum pour une valeur de p_o qui ne dépend que de p_1, valeur qui correspond au maximum maximorum d'intensité et telle que pour l'argon $p_o^{0,65} . p_1^{-1}$ = cte. Il est dès à présent évi-

dent que si la pression p_1 pouvait rester constante, p_0 variant, le maximum maximorum d'intensité devrait disparaître. Ce fait a été clairement vérifié dans l'étude ultérieure de faisceaux d'autres gaz présentée ci-dessous (§ 1.7.2.2.2.), en utilisant des vitesses de pompage variables dans la chambre de détente et en particulier du cryopompage (figure 45).

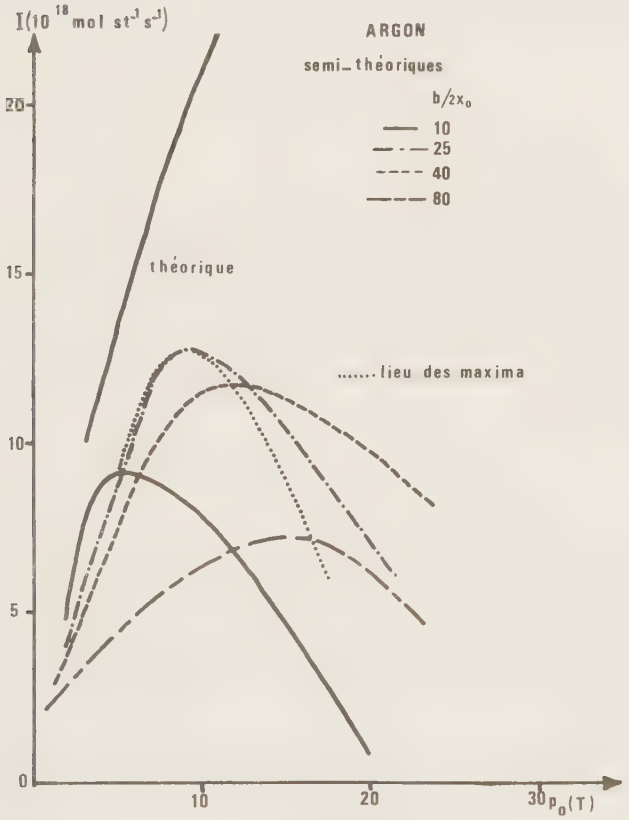


Figure 32

Nous avons représenté sur la figure 32 les courbes théoriques calculées à partir de l'équation (1.167) pour différentes valeurs de b. Ces courbes sont directement comparables aux courbes expérimentales de la figure 30.

Les courbes expérimentales $I = f(p_0)_b$ présentent un minimum aux grandes valeurs de p_0. CAMPARGUE |45| a également signalé la présence de ce minimum et l'a interprété comme la limite supérieure de p_0 pour laquelle le flux est moléculaire dans la chambre de détection.

En conclusion, nous pouvons dire que nous avons montré clairement que l'existence d'un maximum maximorum d'intensité est directement liée à la vitesse de pompage dans la chambre de détente. Nous avons d'autre part, en corrigeant l'intensité théorique "idéale", généralement admise,

à l'aide de termes tenant compte des perturbations à l'éplucheur et de l'influence de la pression résiduelle, retrouvé l'intensité obtenue expérimentalement d'une manière tout à fait satisfaisante. Ce fait nous a amené à négliger d'autres causes d'atténuation et en particulier l'autodiffusion qui pourrait être due à l'anisotropie des températures |60| et |61|.

Pour utiliser le faisceau dans de bonnes conditions, il faut choisir au mieux les différents paramètres, p_0, b pour obtenir à la fois une bonne intensité de faisceau et un nombre de Mach suffisamment grand.

1.7.2.1.2.5.- *Influence de la pression p_2.*

Nous allons étudier l'influence de la pression p_2 de la chambre de collimation sur l'intensité du faisceau car dans notre dispositif expérimental la pression p_2 est encore de l'ordre de quelques 10^{-5} torr. L'atténuation de l'intensité est représentée par une équation classique de diffusion du type

$$I = I_0 \exp(- Q_2 n_2 c) \qquad (1.171)$$

L'intensité ainsi obtenue est représentée sur la figure 28b. Cette atténuation est très faible mais il faut noter qu'elle dépend de la longueur de la chambre de collimation. Nous avons étudié expérimentalement l'influence de la longueur c de la chambre de collimation sur l'intensité du faisceau.

Pour un dispositif de pompage donné, la pression p_2 dépend de c, en effet la conductance C de la chambre de collimation varie avec la distance c. En régime moléculaire C est de la forme

$$C = 12{,}5 \frac{c^3}{D_2 + \frac{4}{3} c} \ \ell \ s^{-1} \qquad (1.172)$$

où D_2 est le diamètre de la chambre de collimation. Soit S_2 la vites-

se de pompage théorique du dispositif, et S'_2 sa vitesse réelle

$$\frac{1}{S'_2} = \frac{1}{S_2} + \frac{1}{C} \qquad (1.173)$$

La densité n_2 des molécules dans la chambre de collimation sera alors

$$n_2 = \frac{cte}{S'_2}$$

Compte tenu des expressions (1.172) et (1.173), l'équation (1.171) s'écrit

$$I = I_o \exp\left(-\frac{Q_2 c}{S_2}\right) \exp\left(-\frac{Q_2\ D_2}{12{,}5\ c^2}\right) \exp\left(-\frac{4/3\ Q_2}{12{,}5\ c}\right) \qquad (1.174)$$

L'intensité donnée par l'équation (1.174) passe par un maximum lorsque c varie. Nous avons mis en évidence expérimentalement cette variation d'intensité (figure 33). Au delà du maximum, l'intensité varie plus lentement, par conséquent la valeur de c peut être choisie entre 28 et 35 mm sans trop atténuer le faisceau.

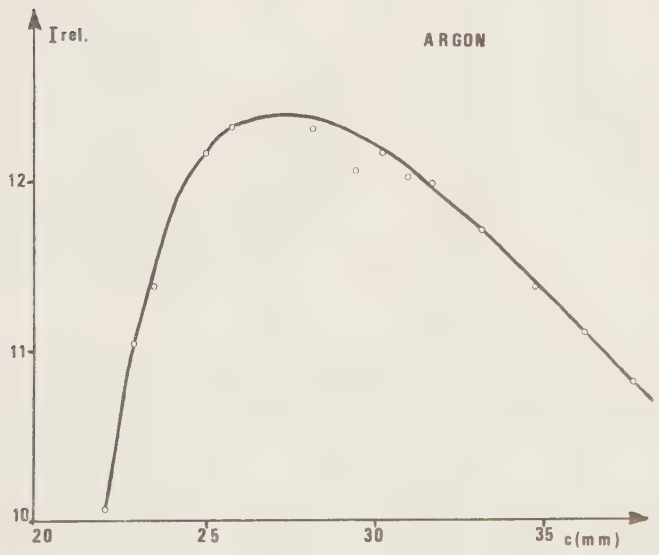


Figure 33

Le collimateur situé dans le flux moléculaire ne semble pas être un élément perturbateur. Il joue cependant un rôle important dans l'extraction du faisceau supersonique.

1.7.2.1.3.— Etude des distributions des intensités dans l'espace.

Les distributions d'intensités sont obtenues en déplaçant le système de détection dans deux directions x et y perpendiculaires entre elles et à la direction de propagation du faisceau. L'étude a été faite d'une part en aval de l'éplucheur, d'autre part en aval du collimateur.

1.7.2.1.3.1.-Distribution des intensités en aval de l'éplucheur.

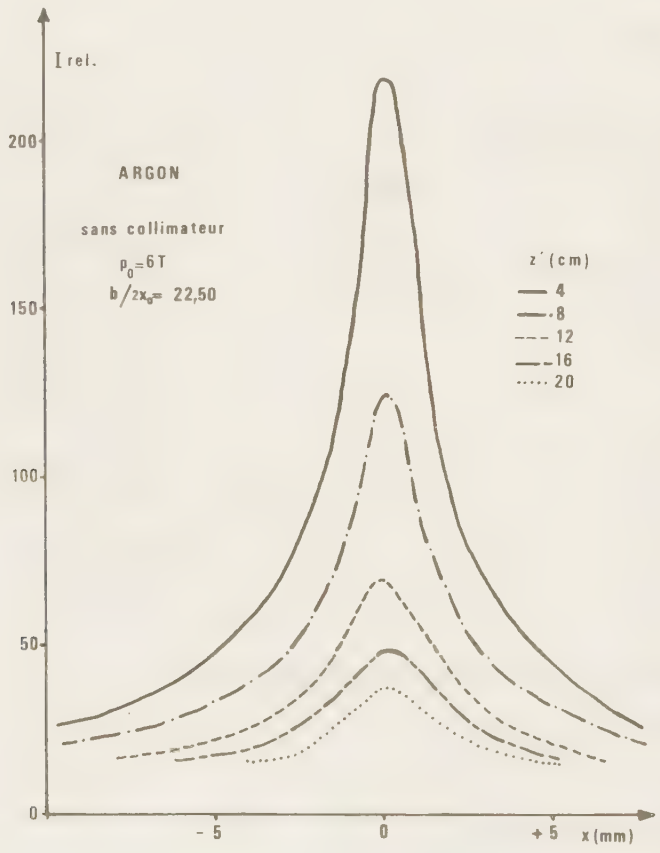


Figure 34

La figure 34 représente les distributions d'intensités à différentes distances z' en aval de l'éplucheur, pour un faisceau obtenu dans des conditions de pression source p_0 et de distance b correspondant aux maximum maximorum d'intensité.

Nous constatons que ces distributions sont étroites (2,8 mm à z' = 4 cm et 3,6 mm à z' = 12 cm) et que par conséquent le faisceau est déjà très bien dirigé à la sortie de l'éplucheur ce qui confirme sa nature supersonique.

1.7.2.1.3.2.- Distribution des intensités dans la direction x.

Nous avons étudié dans les conditions du maximum maximorum d'intensité, la variation de celle-ci et la divergence du faisceau le long de l'axe de propagation (figure 35).

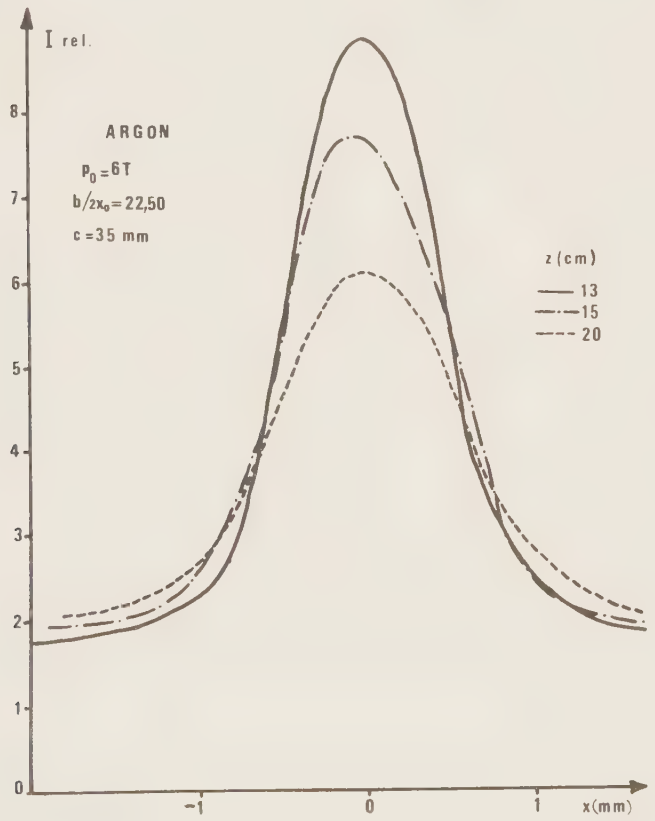


Figure 35

Tableau IV

z cm	13	15	20
Intensité relative maximale	8,9	7,7	6,1
Largeur à mi-intensité en mm	1	1,15	1,3

Le fait le plus remarquable est que le faisceau ainsi produit a une intensité qui varie comme l'inverse de la distance collimateur-détecteur et non comme l'inverse de cette distance au carré comme il a été trouvé par d'autres chercheurs |62|. Ainsi, en éloignant le détecteur de 7 cm, l'intensité ne diminue que d'un facteur 1,46 alors que l'on pourrait s'attendre à une diminution d'intensité d'un facteur 2,35. Le faisceau que nous obtenons à l'aide de notre dispositif est donc très bien dirigé. Il a alors l'avantage d'être aisément détectable à une distance assez grande du collimateur ; nous l'avons détecté à une distance maximale de 150 cm.

Pour étudier les distributions d'intensités, il faut que l'ouverture du détecteur soit inférieure à la largeur à mi-intensité du faisceau. Le tableau IV nous montre qu'à 13 cm du collimateur, ces conditions sont réalisées.

Sur la figure 22 sont représentées les distributions d'intensités obtenues pour différentes distances buse-éplucheur et pour une pression p_o de 12 torr. Deux faits importants sont à noter :

a) La largeur du faisceau à mi-intensité est très grande quand la valeur de $b/2x_o$ est égale à 1,5. Ceci confirme la nature continue du flux dans la région située avant le minimum d'intensité (figure 20).

b) Lorsque l'éplucheur s'éloigne de la buse, la nature moléculaire du flux est confirmée par le fait que la largeur du faisceau à mi-intensité est beaucoup plus faible et semble tendre vers une limite (tableau V).

Tableau V

p_o torr	12 (figure 20)				20 (figure 36)	
$b/2x_o$	1,5	11,5	31,5	61,5	61,5	81,5
largeur à mi-intensité en mm z = 13 cm	3,5	1,6	1	0,96	1,06	0,98

Cette diminution de la largeur du faisceau est liée à la diminution des perturbations dues à l'éplucheur : la limite de cette largeur est atteinte pour une valeur de b d'autant plus grande que la pression p_0 est plus grande, comme cela est prévu par la relation (1.164). Pour comparer, nous avons donné dans le tableau V les largeurs à mi-intensité pour une pression-source p_0 de 20 torr (figure 36).

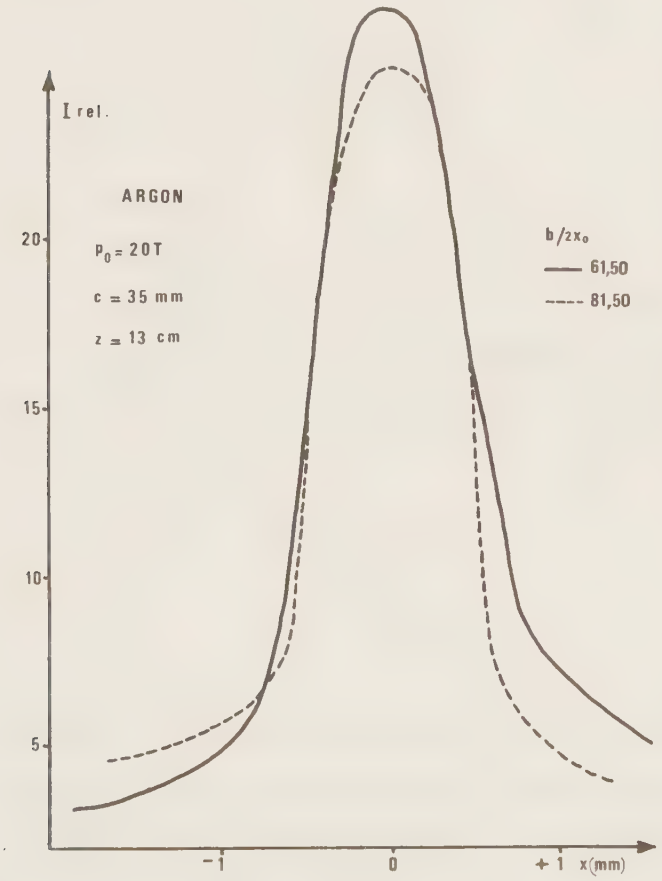


Figure 36

Si nous considérons l'éplucheur comme une fente source, par comparaison avec la fente source d'un dispositif de production de faisceau moléculaire classique, nous pouvons définir les faisceaux de "pleine lumière" (figure 37a (1)) et de "pénombre" (figure 37 a (2)) s'appuyant sur les bords de l'éplucheur et du collimateur. Si on compare les largeurs du faisceau, déterminées expérimentalement aux largeurs des faisceaux 1 et 2 de la figure 37a on constate qu'elles sont voisines. Cependant, cette comparaison ne peut pas être considérée comme rigoureuse car le tracé géométrique des faisceaux 1 et 2 de la figure 37a ne tient pas compte des divers paramètres pouvant provoquer un élargissement du faisceau.

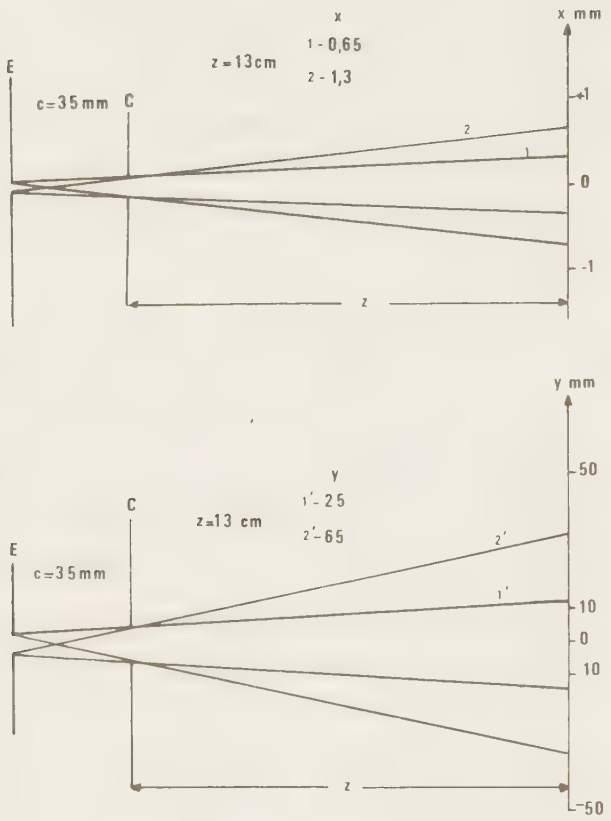


Figure 37

1.7.2.1.3.3.- Distribution des intensités dans la direction y.

Les mesures ont été faites en plaçant la grande dimension du tube à compression perpendiculairement à la grande dimension du faisceau. La figure 38 représente les distributions des intensités dans la direction y pour une pression-source p_0 de 6 torr et des valeurs de $b/2x_0$ de 1,5 et 24,5. Les largeurs à mi-intensité à z = 16 cm sont respectivement de 10 et 8 mm. On constate en comparant avec la figure 37b que le faisceau n'occupe pas toute la dimension du collimateur dans la direction y. En effet, ceci s'explique par le fait que les molécules sont déviées d'un angle maximum α tel que

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\left(\frac{\gamma\pi}{8}\right)^{1/2} M} \qquad (1.175)$$

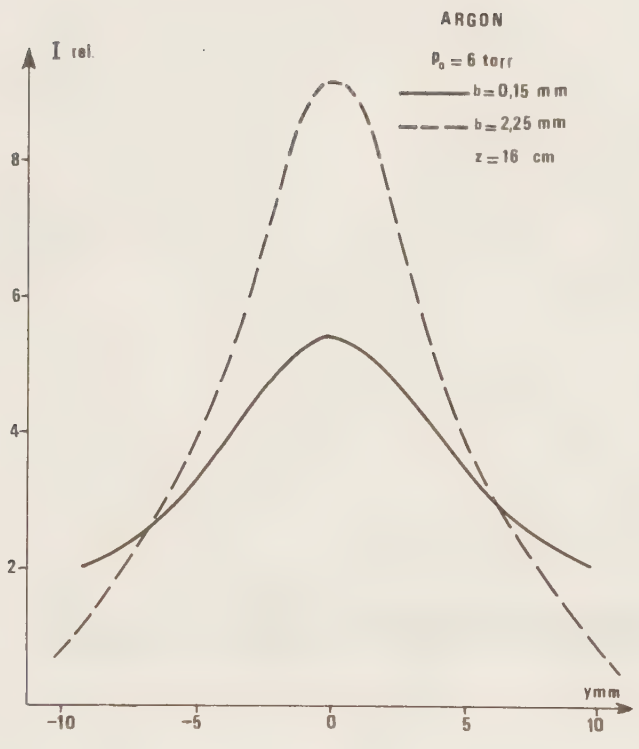


Figure 38

Pour une pression-source de 6 torr, tg α est égal à 0,35. Or, la tangente de l'angle α' sous lequel le collimateur est vu de l'éplucheur est de 0,7 dans la direction y. On constate que l'étendue du faisceau ne remplit pas le collimateur dans la direction y. Dans la direction x la tangente de l'angle sous lequel le collimateur est vu de l'éplucheur est de 0,03, toutes les molécules ne passeront pas le collimateur.

1.7.2.2.—— EXTENSION DE L'ETUDE PRECEDENTE A DIVERS GAZ.

Nous avons complété l'étude de l'intensité du faisceau d'argon en étudiant les faisceaux d'une grande variété de gaz, de rapports de chaleurs spécifiques différents. Nous avons eu ainsi une grande diversité de conditions expérimentales qui nous ont permis de confirmer nos interprétations de la variation d'intensité en fonction des divers paramètres.

Toutes les courbes expérimentales obtenues avec les divers gaz sont semblables à celles obtenues pour l'argon (figures 39 à 47). Nous n'exposerons donc que les points particulièrement intéressants.

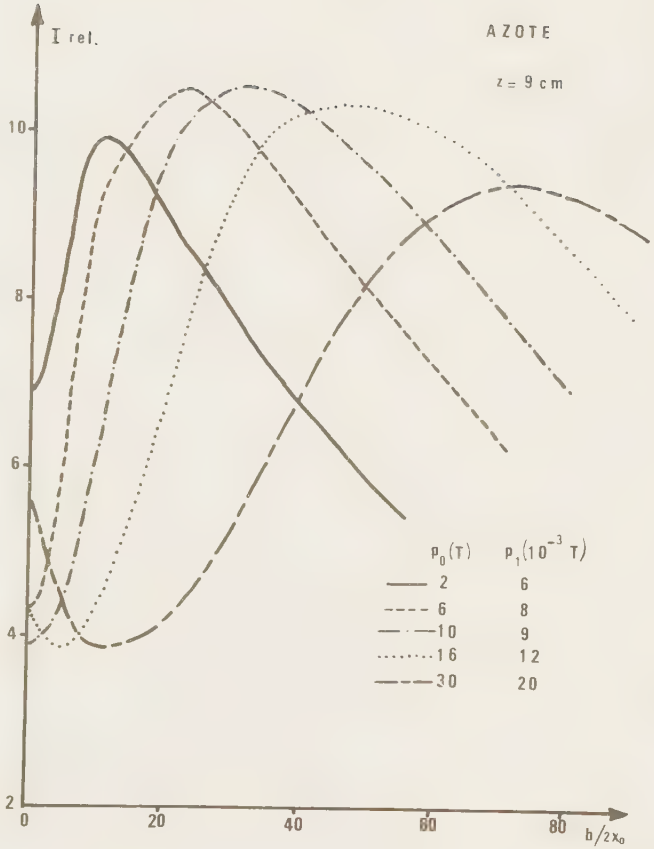


Figure 39

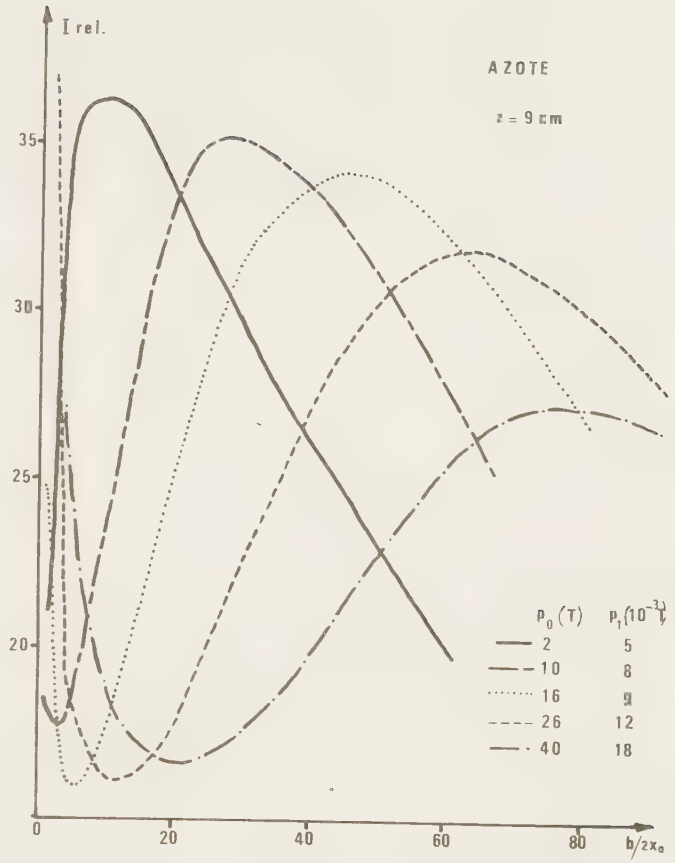


Figure 40

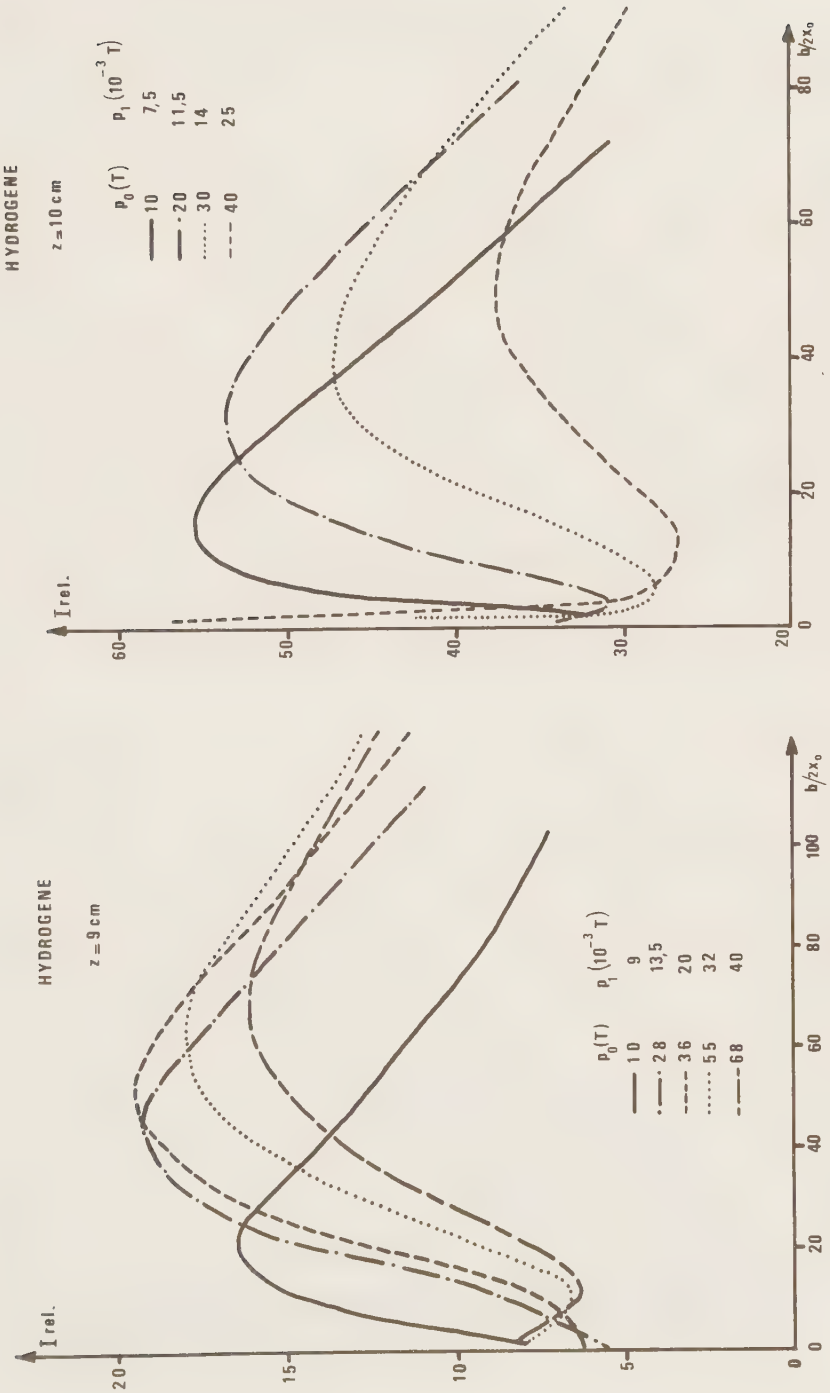


Figure 42

Figure 41

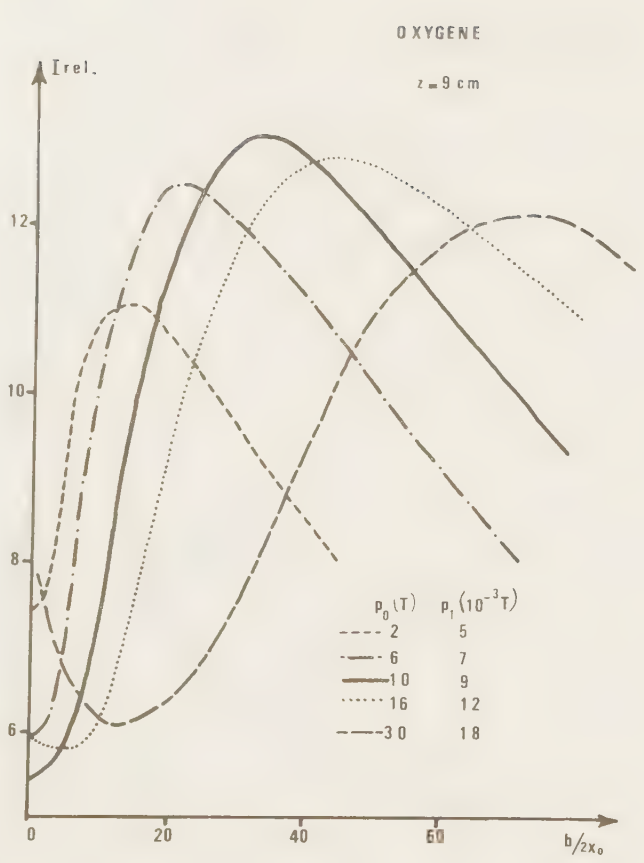


Figure 43

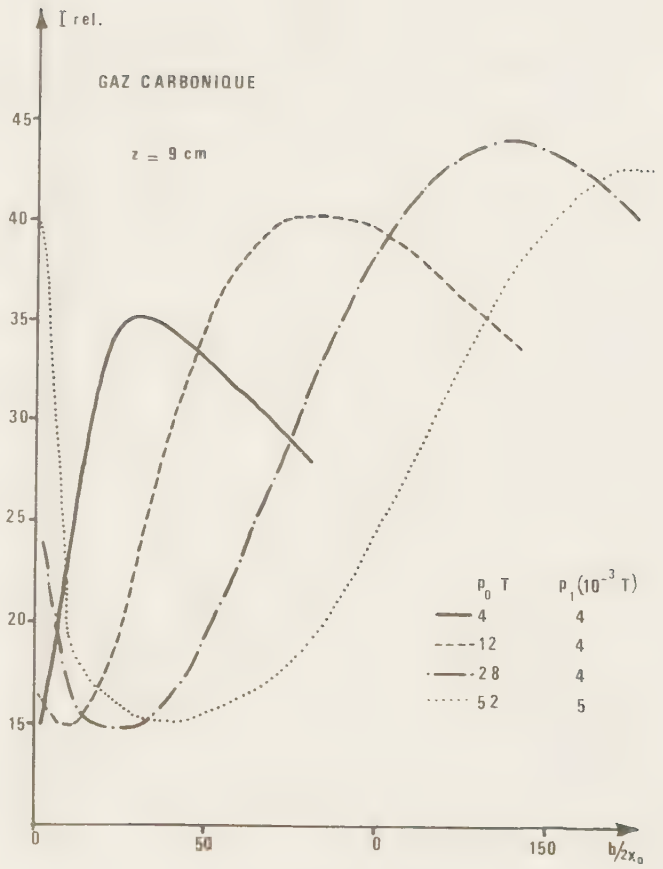


Figure 44

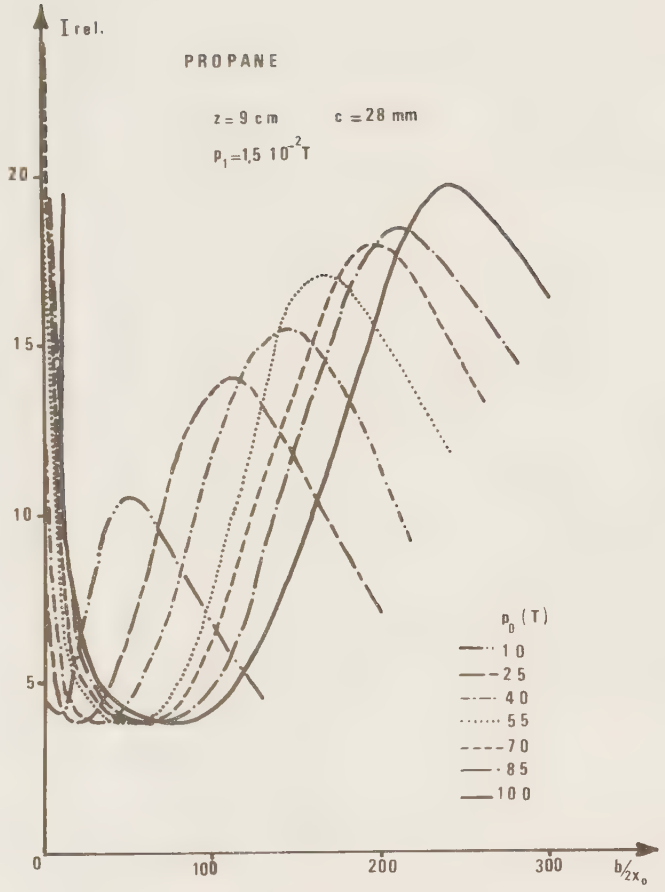


Figure 45

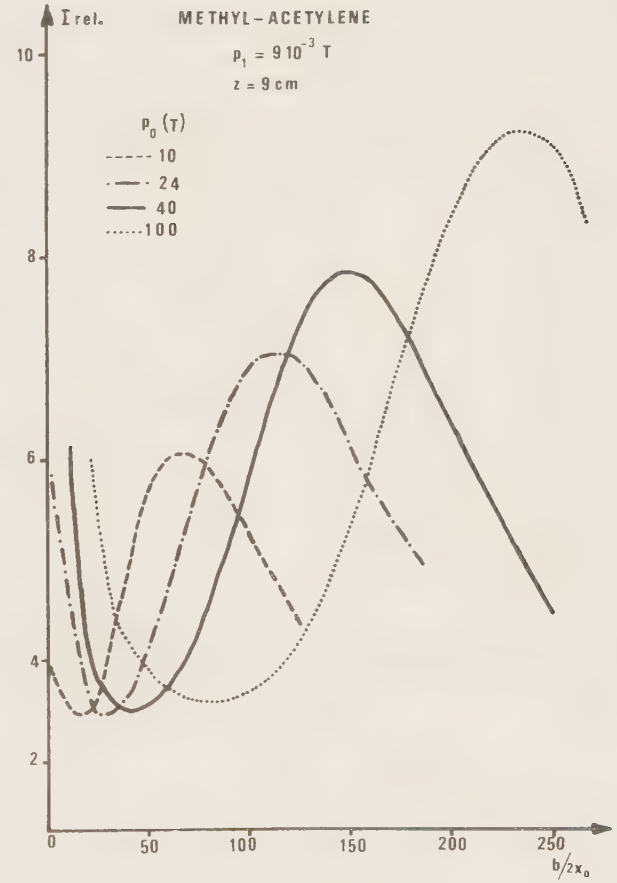


Figure 46

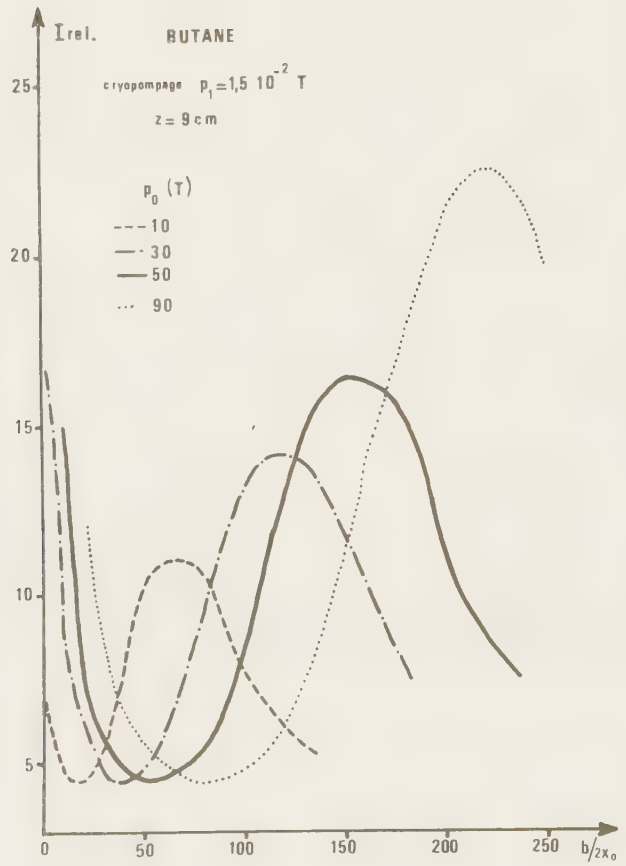


Figure 47

1.7.2.2.1.— Calcul du nombre de Mach pour les divers gaz.

En se servant de la position des minima d'intensité des courbes $I = f(b)_{p_0}$, nous avons déterminé le nombre de Mach terminal de chacun des gaz étudiés. Nous avons tracé les courbes $M_t = f(p_0)$ en coordonnées logarithmiques. La pente des droites obtenues nous permet de calculer l'exposant β de l'équation (1.160). Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau VI. Nous avons pu classer les gaz suivant l'exposant β et nous avons constaté que β semble varier comme γ-1. Par exem-

ple, pour les gaz monoatomiques ($\gamma = 1,666$) argon et hélium, nous trouvons respectivement $\beta = 0,65$ et $0,68$; pour les gaz diatomiques ($\gamma = 1,4$) azote et oxygène, $\beta = 0,38$ et $0,39$ respectivement.

Tableau VI

gaz	M_t
Ar	$1,1\ p_o^{0,65}$
He	$0,35\ p_o^{0,68}$
H_2	$0,55\ p_o^{0,68}$
O_2	$1,46\ p_o^{0,39}$
N_2	$1,54\ p_o^{0,38}$
CO_2	$1,95\ p_o^{0,36}$
CH_4	$2,26\ p_o^{0,29}$
$CH_2 = C = CH_2$	$2,53\ p_o^{0,25}$
$CH_3 - CH = CH_2$	$2,45\ p_o^{0,26}$
$CH_3 - CH_2 - CH_3$	$2,04\ p_o^{0,30}$
$CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_3$	$3,1\ p_o^{0,25}$
$CH_2 = CH_2$	$2,6\ p_o^{0,23}$
$CH_3 - C \equiv CH$	$3,06\ p_o^{0,20}$

Par contre, pour l'hydrogène, nous trouvons $\beta = 0{,}68$ qui le classe nettement parmi les gaz monoatomiques et pour le gaz carbonique $\beta = 0{,}36$ qui le classe parmi les diatomiques. Ce fait a été déjà signalé par d'autres auteurs |56||63| et |64| qui considèrent que les degrés de liberté de rotation et de vibration peuvent demeurer en partie "gelés" au cours de la détente et qu'en particulier, l'hydrogène a un rapport de chaleurs spécifiques de 5/3 pour des nombres de Mach supérieurs à 1, ce qui s'explique par l'excitation incomplète des degrés de liberté de rotation à basse température et la relaxation incomplète de cette excitation au cours de la détente.

1.7.2.2.2.— Influence de la pression p_1.

Pour une pression p_o donnée, quelque soit le gaz, les courbes $I = f(b)_{p_o}$ présentent un maximum (figures 39 à 47). Nous avons vérifié que la relation (1.168) donne bien la position du maximum d'intensité en fonction du nombre de Mach et de la pression p_1. La bonne linéarité des courbes

$$\left(\frac{b}{2x_o}\right)_{max} = f\left(\frac{M_t}{p_1^{0,5}}\right) = f\left(\frac{p_o^{\beta}}{p_1^{0,5}}\right)$$

(figures 48 et 49) confirme que la variation de l'intensité est bien représentée par l'équa-

Figure 48

tion (1.167). Toutes les valeurs de β ont ainsi pu être vérifiées, en particulier celles obtenues pour l'hydrogène et le gaz carbonique. En effet, au cours d'une modification de l'appareillage, nous avons fait varier la vitesse de pompage dans la chambre de détente et nous avons pu ainsi tracer deux réseaux de courbes $I = f(b)_{p_0}$ pour l'azote et l'hydrogène. D'autre part, en utilisant le piège intérieur à la chambre de détente, refroidi à l'air liquide, nous avons étudié le réseau de courbes $I = f(b)_{p_0}$ pour des gaz condensables à cette température tels que propane, butane, méthyl-acétylène (figures 45 à 47). Les figures 39 et 40, obtenues pour l'azote, montrent que le maximum maximorum d'intensité apparaît à une valeur de p_0 d'autant plus petite que la vitesse de pompage dans la chambre de détente est plus grande.

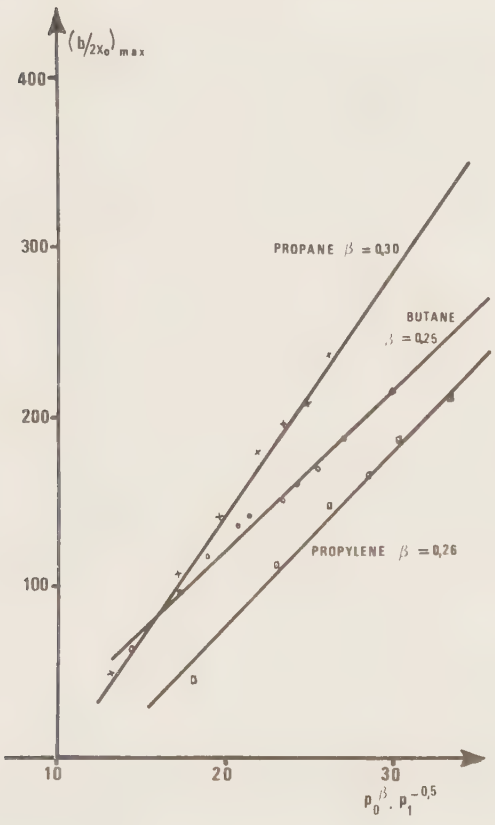


Figure 49

Ces deux exemples vérifient ce que nous avons déjà montré dans le cas de l'argon, à savoir que le maximum maximorum d'intensité apparaît pour des valeurs de p_0 et de p_1 telles que $\frac{Mt}{p_1} = Cte$, pour chaque gaz (tableau VII).

Nous avons montré dans le paragraphe 1.7.2.1.2.4. que si la pression p_1 reste constante quand p_0 augmente, le maximum maximorum d'intensité doit disparaître. C'est ce fait très important que nous avons constaté en utilisant le cryompage pour des gaz comme le propane, le butane, le méthyl-acétylène (figures 45 à 47). Les intensités au maximum des courbes $I = f(b)_{p_0}$ croissent toujours en fonction de p_0.

Tableau VII

gaz	maximum maxomorum p_o(torr)	p_1(torr)	M_t	M_t/p_1
Azote (figure 39)	10	$9\ 10^{-3}$	$1{,}54\ p_o^{0,38}$	0,43
Azote (figure 40)	2	$5\ 10^{-3}$	$1{,}54\ p_o^{0,38}$	0,40
Hydrogène (figure 41)	35	$2\ 10^{-2}$	$0{,}55\ p_o^{0,68}$	3,1
Hydrogène (figure 42)	10	$8\ 10^{-3}$	$0{,}55\ p_o^{0,68}$	3,3

1.7.2.2.3.— Intensités expérimentales obtenues.

Nous donnons ci-après les valeurs des intensités obtenues dans les conditions du maximum maximorum pour les divers gaz étudiés. Nous avons utilisé la courbe d'étalonnage (figure 19) tracée à partir de l'intensité d'un faisceau classique.

Les conditions expérimentales, en particulier les pressions p_1, peuvent être modifiées, les intensités expérimentales données dans le tableau VIII ne doivent pas être considérées comme des performances définitives.

Tableau VIII

gaz	$I(mol.st^{-1}s^{-1})$
Ar	$5\ 10^{18}$
He	$5,4\ 10^{18}$
H_2	$5,2\ 10^{19}$
N_2	$6\ 10^{18}$
O_2	$1\ 10^{19}$
CO	$2\ 10^{18}$
CO_2	$2\ 10^{18}$
CH_4	$5\ 10^{18}$
$CH_2 = CH_2$	$1,3\ 10^{19}$
$CH_3 - CH_2 - CH_3$ (90 torr)	$2\ 10^{18}$
$CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_3$ (90 torr)	$2,6\ 10^{18}$

Nous donnons dans le tableau IX des valeurs d'intensités expérimentales obtenues par différents laboratoires étudiant des faisceaux supersoniques (à des températures T_0 de 298°K). Seul le dispositif de KISTIAKOWSKY |3| est à symétrie plane mais l'intensité expérimentale obtenue est très faible. D'autres auteurs utilisent un faisceau supersonique de section rectangulaire produit soit par une buse de révolution et un éplucheur fente |65||66|, soit par une buse et un éplucheur de révolution et une fente collimatrice |67|. Mais ces auteurs ne donnent aucune indication sur leurs intensités expérimentales.

Tableau IX

AUTEURS	BUSE	EPLUCHEUR	PRESSION SOURCE	GAZ	INTENSITE EXPERIMENTALE
SCOLES et coll. |58|	ϕ_1 = 0,085 mm	ϕ_2 = 1,88 mm	1220 torr 2165 torr	Ar CO_2	$6\ 10^{18}$ mol.st^{-1}s^{-1} $9\ 10^{18}$ mol.st^{-1}s^{-1}
HAGENA et coll. |34||41|	ϕ_1 = 0,15 mm	ϕ_2 = 0,55 mm	1500 torr 500 torr 500 torr	N_2 He Ar	$2,7\ 10^{18}$ mol.st^{-1}s^{-1} $4,1\ 10^{19}$ atom.st^{-1}s^{-1} $2,25\ 10^{18}$ mol.st^{-1}s^{-1}
CAMPARGUE |56||70|	ϕ_1 = 0,15 mm ϕ_1 = 0,25 mm ϕ_1 = 0,47 mm	ϕ_2 = 2 mm ϕ_2 = 0,418 mm	760 torr 5300 torr 760 torr	Ar N_2 H_2 He CO CO_2	$7,4\ 10^{18}$ mol.st^{-1}s^{-1} $1,67\ 10^{19}$ mol.st^{-1}s^{-1} $5,5\ 10^{19}$ mol.st^{-1}s^{-1} 10^{19} mol.st^{-1}s^{-1} 10^{18} mol.st^{-1}s^{-1} 10^{21} mol.st^{-1}s^{-1} avec cryompage
DECKERS et coll. |7||60|	ϕ_1 = 0,266 mm ϕ_1 = 0,795 mm	ϕ_2 = 0,33 mm ϕ_2 = 1,5 mm	50 torr 100 torr	Ar N_2	$1,3\ 10^{18}$ mol.st^{-1}s^{-1} (T_o=295°K (extrapolation à p_1=0)) $8\ 10^{18}$ mol.st^{-1}s^{-1}
VYSE et coll. |59|	ϕ_1 = 0,2 mm	ϕ_2 = 0,4 mm	83 torr	He	$4\ 10^{18}$ atom.st^{-1}s^{-1}
BOSSEL et coll. |35|	ϕ_1 = 0,25 mm	ϕ_2 = 3,2 mm	400 torr	N_2	$1,4\ 10^{18}$ mol.st^{-1}s^{-1}
BROWN et coll. |47|	ϕ_1 = 0,5 mm	ϕ_2 = 2 mm	9,5 torr 110 torr 16,5 torr	CO_2 N_2 Ar	$2,7\ 10^{18}$ mol.st^{-1}s^{-1} [p_1=2,4 10^{-6} torr] $2,8\ 10^{19}$ mol.st^{-1}s^{-1} [p_1=7 10^{-6} torr] $1,02\ 10^{19}$ mol.st^{-1}s^{-1} [p_1=2,4 10^{-6} torr]
AUDIT et coll. |68|			7500 torr	CO_2	10^{20} mol.st^{-1}s^{-1}
KISTIAKOWSKY et coll. |3|	Fente 0,35 × 10 mm	Fente 0,05 × 4 mm	400 torr	NH_3	$4,5\ 10^{17}$ mol.st^{-1}s^{-1}

La comparaison de nos résultats expérimentaux (tableau VIII) avec ceux du tableau IX montre que notre dispositif à symétrie plane donne des valeurs d'intensité en molécules par stéradian par seconde comparables ou même supérieures à celles obtenues avec un dispositif de révolution. Cependant, le nombre de molécules qui passent le collimateur par seconde est nettement supérieur à celui d'un système de révolution ayant même aire de collimateur ; par exemple, il est quarante fois supérieur à celui obtenu par HAGENA |34| en ramenant les deux cas aux mêmes paramètres géométriques.

1.7.3.——— ETUDE DE LA DISTRIBUTION DES VITESSES DANS LE FAISCEAU.

Pour l'utilisation ultérieure du faisceau, il est nécessaire de déterminer sa vitesse la plus probable et son spectre de vitesses. A cet effet, nous avons utilisé une méthode de temps de vol.

1.7.3.1.——— METHODE DE TEMPS DE VOL.

1.7.3.1.1.— Principe de la méthode.

On découpe le faisceau moléculaire en paquets dont la largeur est petite par rapport à leur distance, à l'aide d'un modulateur (disque muni de fentes fines et tournant à vitesse fixe). Un détecteur, sensible à la densité de particules, situé à une distance L du modulateur recueille le signal S_i, fonction du temps de vol des molécules. On enregistre le spectre des temps de vol des molécules contenues dans un "paquet".

La fonction de distribution des vitesses f(v) est définie par

$$dI = I_0 \, f(v) \, dv \qquad (1.176)$$

si I_0 est l'intensité sur l'axe du faisceau non modulé. Quand la fente s'ouvre pendant un temps t_0, le nombre total, par unité d'aire, des molécules qui, ayant franchi la fente, parviendront au détecteur, est

$N_o = I_o t_o$. La distribution de ces molécules est donnée par

$$dN = N_o\ f(v)\ dv \tag{1.177}$$

Dans le cas idéal où le modulateur est ouvert pendant un temps t_o négligeable par rapport au temps de vol et où l'épaisseur de la zone active du détecteur est négligeable par rapport à la longueur de parcours, le temps de vol est donné par

$$t = \frac{L}{v} \tag{1.178}$$

Les équations (1.176) et (1.177) peuvent être combinées pour donner l'intensité en fonction de la vitesse

$$I = \frac{dN}{dt} = N_o\ f(v)\ \frac{v^2}{L} \tag{1.179}$$

Puisque le signal du détecteur S_i est proportionnel à la densité des molécules, c'est-à-dire à $\frac{I}{v}$

$$S_i \propto N_o\ f(v)\ \frac{v}{L} \tag{1.180}$$

$$S_i \propto f(\frac{L}{t})\ t^{-1} \tag{1.181}$$

Un tracé de $S_i t$ en fonction de $\frac{1}{t}$, normalisé à 1 au maximum, est alors équivalent à un tracé de f(v) en fonction de v normalisé de la même manière.

1.7.3.1.2.— Détermination de la vitesse hydrodynamique et de la température longitudinale du faisceau |69|.

D'après l'équation (1.136)

$$f(v)\ dv = C\ v^2 \exp\left[-\frac{m}{2kT_1}(v - U)^2\right] dv \qquad (C = Cte) \tag{1.182}$$

or $$S_i(v) = C'\ v\ f(v) \qquad (C' = Cte) \tag{1.183}$$

$$S_i(v) = C' \, v^3 \exp\left[- \frac{m}{2kT_1} (v - U)^2\right] \qquad (1.184)$$

ou $$S_i(t) = C'' \frac{1}{t^3} \exp\left[- \frac{m}{2kT_1} L^2 \left(\frac{1}{t} - \frac{U}{L}\right)^2\right] \qquad (C'' = Cte) \qquad (1.185)$$

La vitesse la plus probable v_p correspond au maximum de la courbe de distribution des vitesses, c'est-à-dire au maximum de la courbe de distribution en temps de vol. Soit t_m le temps de vol au maximum

$$v_p = \frac{L}{t_m}$$

L'expression de la vitesse la plus probable donnée par l'équation (1.138) peut se mettre sous la forme

$$v_p = \frac{U}{2} + \frac{1}{2} U \sqrt{1 + \frac{12kT_1}{mU^2}} = \frac{L}{t_m} \qquad (1.186)$$

d'où

$$\frac{Ut_m}{L} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{12kT_1}{m} \frac{t_m^2}{L^2}}} \simeq 1 - \frac{3kT}{m} \frac{t_m^2}{L^2} = 1 - \frac{3}{2A} \qquad (1.187)$$

en posant

$$\frac{1}{A} = \frac{2kT_1}{m} \frac{t_m^2}{L^2}$$

Si nous considérons les temps t_1 et t_2 correspondant aux intensités égales à la moitié de l'intensité maximale ($t_1 < t_m < t_2$)

$$S_i(t_1) = S_i(t_2) = \frac{1}{2} S_i(t_m) \qquad (1.188)$$

en posant

$$a = \frac{t_m}{t_1}$$

on peut écrire, quel que soit a

$$S_i(t_1) = C'' \frac{1}{t_1^3} \exp\left[- \frac{m}{2kT} L^2 \left(\frac{1}{t_1} - \frac{U}{t}\right)^2\right] \qquad (1.189)$$

en normalisant à t_m

$$S_i\left(\frac{t_1}{t_m}\right) = C'' \frac{t_m^3}{t_1^3} \exp\left[-\frac{m}{2kT}\frac{L^2}{t_m^2}\left(\frac{t_m}{t_1} - \frac{Ut_m}{L}\right)^2\right] \tag{1.190}$$

$$S_i(a) = C'' a^3 \exp\left[-\frac{m}{2kT}\frac{L^2}{t_m^2}\left(a - \frac{Ut_m}{L}\right)^2\right]$$

$$= C'' a^3 \exp\left\{-\frac{m}{2kT} L^2 \left[a - \left(1 - \frac{3}{2A}\right)\right]^2\right\} \tag{1.191}$$

d'où

$$2a^3 \exp\left\{-A\left[a - \left(1 - \frac{3}{2A}\right)\right]^2\right\} = \exp\left\{-A\left[1 - \left(1 - \frac{3}{2A}\right)\right]\right\} \tag{1.192}$$

$$\frac{1}{A} = (a - 1)^2\left[\text{Log } 2 + 3(\text{Log } a - a + 1)\right]^{-1} = g(a) \tag{1.193}$$

$$1 - \frac{3}{2A} = 1 - \frac{3}{2} g(a) = h(a) \tag{1.194}$$

D'où

$$U = \frac{L}{t_m} h(a) \tag{1.195}$$

$$T_{II} = \frac{mL^2}{2k} \frac{1}{t_m^2} g(a) \tag{1.196}$$

Les temps t_1 et t_2 à mi-intensité peuvent être permutés dans les relations ci-dessus. On obtient ainsi à partir des distributions de temps de vol deux résultats pour U et T_{II} qui doivent correspondre. En réalité, on peut obtenir des écarts importants dus au fait qu'une petite erreur sur t_m, t_1 et t_2 entraîne des erreurs importantes sur g(a) et h(a) donc sur U et T_{II}. Par la suite, pour les résultats expérimentaux donnés, nous avons chaque fois utilisé la moyenne des deux valeurs obtenues avec t_1 et t_2.

1.7.3.1.3.— Limite du pouvoir de résolution de la méthode de temps de vol.

Le temps de transmission de la fente du modulateur n'est pas infiniment court : le signal détecté est l'intégrale de convolution de la fonction de fente G(t) et du signal idéal $S_{io}(t) \propto t^{-1} f(\frac{L}{v})$.

HAGENA et VARMA |42| ont étudié l'influence de la fonction de fente du modulateur en fonction de la largeur de cette fente par rapport à l'épaisseur du faisceau qu'elle balaie.

En tenant compte du temps de transmission de la fente du modulateur, le signal du détecteur devient

$$S_i(t) \propto \int_{-\infty}^{+\infty} G(t')\, S_{io}(t - t')\, dt' \qquad (1.197)$$

où G(t) est défini par

$$G(t) = \frac{I(t)}{I_o} \qquad (1.198)$$

I(t) est la partie de I_o passant par la fente du modulateur à l'instant t. L'expression (1.197) a été résolue pour plusieurs fonctions de distributions et plusieurs fonctions de fente intéressant les expériences de faisceau moléculaire. Pour chaque signal $S_i(t)$ calculé, la demi-largeur Δt de la distribution a été comparée à la demi-largeur Δt_o idéale correspondante. HAGENA et VARMA ont tracé les courbes de l'élargissement relatif $(\Delta t - \Delta t_o)/\Delta t_o$ en fonction de $\frac{\Delta t}{\tau} - 1 = R - 1$ (τ étant la demi-largeur de la fonction de fente du modulateur et R le pouvoir de résolution de la méthode de temps de vol). Pour une valeur de R = 5, ils trouvent ainsi que l'erreur relative sur la largeur de la distribution varie d'environ 2 à 2,5 % suivant la forme de la distribution des vitesses.

. .3.2.—— *DESCRIPTION DU MONTAGE.*

Le schéma général du montage est représenté sur la figure 50. Le jet moléculaire est pulsé à l'aide d'un disque en aluminium comportant,

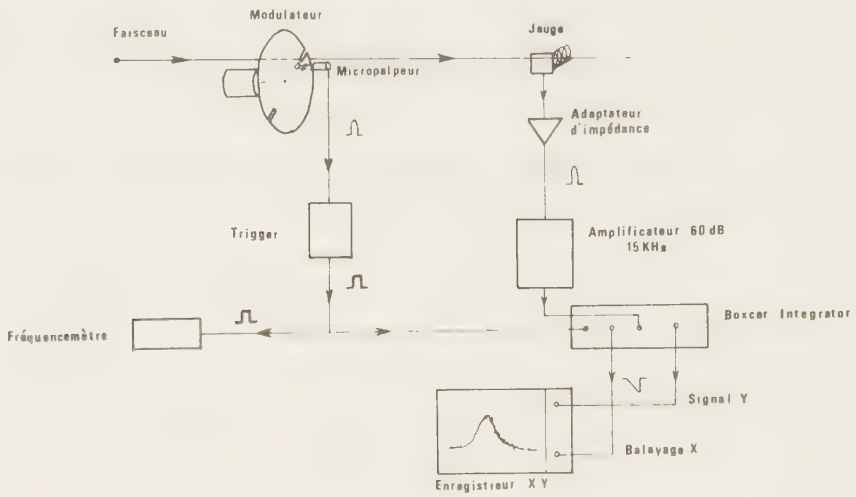


Figure 50

à sa périphérie, deux fentes fines diamétralement opposées. Ce disque est entraîné par un moteur "autosynchrone" alimenté par un groupe convertisseur Radio-Energie. Les molécules sont détectées par une jauge à ionisation du type semi-Bayart-Alpert, disposée de manière que la direction de propagation du faisceau soit perpendiculaire au plan défini par le filament et le collecteur. Le signal est ensuite traité par un dispositif électronique que nous décrirons ultérieurement.

La résolution de la méthode dépend d'une part du choix des divers paramètres : fréquence de rotation du moteur ν, rayon du disque r, largeur d et longueur ℓ des fentes du disque, distance L de la jauge au modulateur et, d'autre part, de la qualité de l'électronique permettant d'extraire le signal du bruit.

1.7.3.2.1.— Choix des divers paramètres relatifs au temps de vol |42|.

Les divers paramètres doivent être choisis de manière, d'une part à obtenir une bonne résolution, d'autre part à éviter la superposition partielle de deux "paquets" successifs de particules : on pourra ainsi reconstituer exactement la distribution des vitesses. Nous avons choisi un disque de 15 cm de diamètre sur lequel sont découpées deux fentes diamètralement opposées de dimensions d = 1,5 mm et ℓ = 25 mm de manière que

$$d \ll \ell$$

ainsi, seule la dimension d affecte la demi-largeur τ de la fonction de fente |71|.

La fréquence de rotation du moteur a été fixée à 115 Hz. Le temps d'ouverture τ à mi-hauteur est alors de 33 µs.

Pour que les erreurs relatives sur la largeur des distributions soient égales ou inférieures à 2,5 %, il faut que le pouvoir de résolution soit égal ou supérieur à 5. Nous avons cherché quelle serait la largeur minimum de distribution pour laquelle l'erreur serait négligeable

$$R = \frac{\Delta t}{\tau} \geqslant 5 \qquad (1.199)$$

d'où

$$\Delta t \geqslant 165 \ \mu s$$

Il est nécessaire aussi que deux "paquets" successifs ne se superposent pas ; pour cela il faut que la période T de modulation soit supérieure à la largeur de la distribution

$$T \geqslant k \ \Delta t \qquad (1.200)$$

k étant une constante.

$$\frac{T}{\tau} = 130 \geqslant kR$$

D'où, si on considère un pouvoir de résolution de 10, une valeur pour k

de 13, c'est-à-dire qu'avec la période choisie, les "paquets" seront espacés d'au moins 13 fois la largeur à mi-hauteur de la distribution.

Le choix du temps de vol des particules, c'est-à-dire de la distance entre le détecteur et le disque modulateur, dépend de la précision avec laquelle cette longueur est connue, du pouvoir de résolution et de l'étalement des temps que l'on exige. Soit δL l'erreur sur la longueur L, erreur due à la fois à l'imprécision sur la mesure de L et à la longueur de la zone active de la jauge détectrice ; pour que le temps de parcours, correspondant à δL ait un effet négligeable sur la forme de la distribution, il faut qu'il soit petit par rapport au temps τ d'ouverture de la fente du disque. HAGENA et VARMA considèrent que ce temps est négligeable, s'il est inférieur à $\frac{\tau}{5}$ pour les particules arrivant au temps t_m correspondant au signal maximum. D'où

$$\frac{L}{\delta L} \geq \frac{5t_m}{\tau} \qquad \text{ou} \qquad \frac{L}{\delta L} \geq \frac{5Rt_m}{\Delta t} \tag{1.201}$$

Nous avons placé le détecteur à 30 cm du disque modulateur et l'erreur sur L est de 2 mm, ce qui donne, si on considère un pouvoir de résolution de 5,

$$\frac{t_m}{\Delta t} \leq 6$$

les distributions remplissant cette condition sont donc obtenues sans déformation.

1.7.3.2.2.— Dispositif de mesure du signal.

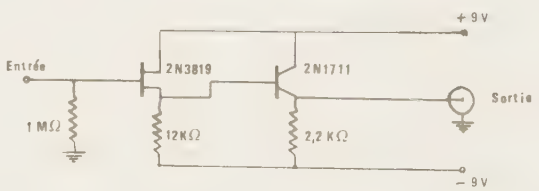


Figure 51

La jauge à ionisation est chargée par un adaptateur d'impédance à large bande (supérieure à 10 MHz) (figure 51) monté à l'intérieur de l'enceinte, direc-

tement derrière la jauge, afin d'éviter les bruits dus aux vibrations du câble de liaison. Ce dispositif permet de charger la jauge par une forte impédance de 1 MΩ grâce à un transistor à effet de champ et d'acheminer le signal sous basse impédance. Cet adaptateur a été spécialement conçu pour fonctionner dans le vide grâce à une faible dissipation thermique, une forte contre-réaction évitant l'échauffement des semiconducteurs. Le signal est ensuite envoyé dans un amplificateur à faible bruit, de bande passante 15 KHz et de gain 60 dB.

Nous n'avons pas pu observer le signal sur un oscilloscope car il était noyé dans un bruit de l'ordre de 500 µV crête à crête pour une bande passante de 300 KHz : nous avons été conduit à utiliser une technique d'échantillonnage et de "moyennage" permettant de reconstituer le signal synchrone en l'extrayant du bruit. Le signal de sortie de l'amplificateur est alors envoyé dans un "Boxcar Integrator" (P.A.R.) puis à la sortie de ce dernier à l'entrée Y d'un enregistreur X-Y. L'axe des X étant l'axe des temps.

Pour marquer l'origine des temps, nous utilisons un signal de référence produit par un micropalpeur à réflexion constitué d'une lampe et d'une photodiode incorporées dans le même boitier. Ce micropalpeur est situé en avant du disque modulateur ; la lumière envoyée par la lampe se réfléchit sur les bandes brillantes laissées en prolongement des fentes sur le disque peint en noir. Le signal de la photodiode est amplifié puis mis sous forme de signal carré par un "Trigger de Schmidt" (figure 52). Le signal de synchronisation de 10 volts obtenu à la sortie permet de contrôler la fréquence du moteur et de déclencher la base de temps du Boxcar Integrator.

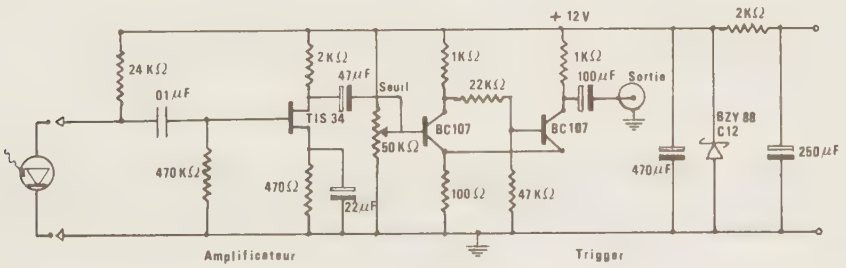


Figure 52

. ..2.2.1.- Les origines du bruit.

Les origines du bruit observé peuvent être de trois sortes :

- bruit dû à l'agitation thermique des molécules du gaz rédiduel ;
- bruits dus aux perturbations extérieures : inductions, vibrations mécaniques, etc...
- bruits d'origine électrique provenant de la jauge et de l'adaptateur d'impédance, c'est-à-dire dus aux effets Schottky et Johnson.

Nous avons réduit le plus possible le bruit dû aux parasites externes :

- en blindant correctement les circuits et en utilisant des conducteurs rigides ;
- en plaçant la jauge sur un support antivibratoire.

Les bruits dus aux effets Schottky et Johnson peuvent être calculés dans les conditions expérimentales.

L'effet Schottky dû aux fluctuations du courant détecté par la jauge est donné par l'expression

$$\overline{i_T^2} = 2|e|i_S \, \Delta F \qquad (1.202)$$

où $\overline{i_T^2}$ est la valeur quadratique moyenne de la fluctuation de courant, e est la charge de l'électron, i_S le courant moyen détecté, ΔF la bande de passante de l'oscillographe. Le bruit théorique trouvé est de 150 µV crête à crête.

L'effet Johnson est le bruit dans la résistance de l'adaptateur d'impédance

$$\overline{v^2} = 4kT \, R \, \Delta F \qquad (1.203)$$

où $\overline{v^2}$ est la valeur quadratique moyenne de la tension de bruit, k la constante de Boltzmann, R la résistance d'entrée de l'adaptateur, T la température. Le bruit théorique trouvé est de 225 µV crête à crête.

Or, expérimentalement, nous avons mesuré un bruit d'environ 300 μV crête à crête à la sortie de l'adaptateur d'impédance et un bruit d'environ 500 μV crête à crête à la sortie de l'ensemble jauge-adaptateur d'impédance, c'est-à-dire des bruits légèrement supérieurs à ceux prévus théoriquement. La différence peut être due d'une part aux légères vibrations auxquelles est encore soumise la jauge, d'autre part à l'effet de capacité de sortie de la jauge dont nous n'avons pas tenu compte dans les calculs.

1.7.3.2.2.2.- Amélioration du rapport signal/bruit.

Nous avons pu améliorer considérablement le rapport signal/bruit en utilisant un "Boxcar Integrator". Cependant, cette amélioration est liée à divers paramètres imposés par les conditions expérimentales et le fonctionnement correct de l'appareil. Ces paramètres sont :

T	période de la base de temps
ΔT	durée d'ouverture de la porte
σ	constante de temps
SCT	durée d'analyse

La durée du phénomène à reconstituer fixe la période de la base de temps ainsi que la largeur de la porte qui est liée au nombre d'échantillonnages nécessaires pour reconstituer correctement le signal. L'amélioration signal/bruit désirée et l'ouverture de la porte déterminent la valeur de la constante σ à utiliser. La durée d'analyse est reliée à ces divers paramètres par

$$\underset{\text{en minutes}}{SCT} = \frac{\sigma\, T_{(\text{secondes})}}{12(\Delta T)^2\, \nu'} \qquad (1.204)$$

ν' étant la fréquence du signal.

Nous avons alors choisi un compromis entre la durée d'analyse, la constante de temps et la largeur de la porte. Pour une durée d'analyse de 36 mn, un ΔT de 10 μs, T étant de 10^{-3} et σ de 10^{-2} s, le coefficient

d'amélioration signal/bruit donné par le constructeur est d'environ 60.

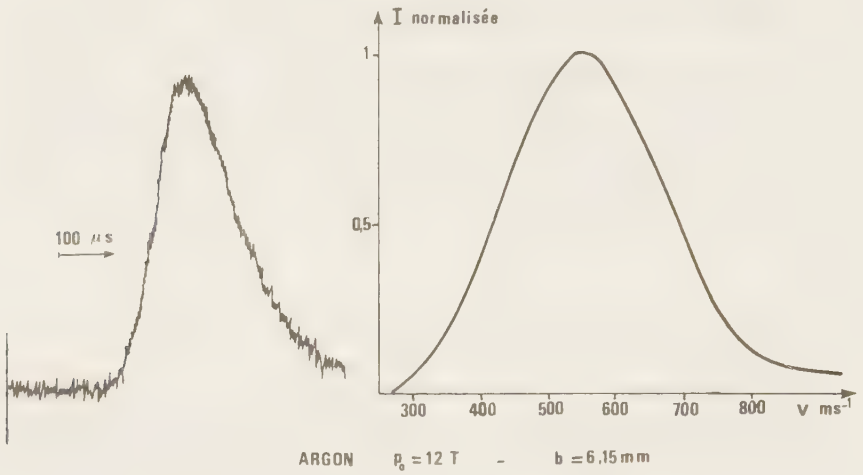


Figure 53

Une distribution-type en temps de vol et en vitesses est donnée sur la figure 53. Le fait d'avoir pris une largeur de porte de 10 µs nous permet de faire une trentaine d'intégrations sur la demi-largeur de la distribution.

1.7.3.2.2.3.- *Détermination de l'origine des temps.*

Nous avons constaté que le changement du sens de rotation du modulateur introduit entre les distributions de temps de vol, obtenues dans des conditions identiques de production de faisceau, une translation en temps : l'origine des temps change avec le sens de rotation du modulateur, le faisceau moléculaire et le faisceau lumineux ne se trouvent donc pas exactement dans le même plan. N'ayant pu compenser ce décalage mécaniquement, nous l'avons fait en introduisant un retard électrique pour le signal de déclenchement du Boxcar Integrator après avoir déterminé en fonction de la fréquence l'origine vraie des temps.

1.7.3.3.—— RESULTATS EXPERIMENTAUX.

L'étude de la variation de l'intensité en fonction de divers paramètres b, p_0 et p_1 a montré que le faisceau est perturbé par deux facteurs principaux :

- l'interaction de l'éplucheur avec le faisceau, qui est d'autant plus importante que la distance buse-éplucheur est plus petite et que le nombre de Mach est plus grand ;
- l'influence de la pression p_1 qui est d'autant plus grande que la distance buse-éplucheur est plus grande.

Avec des faisceaux d'argon et de gaz carbonique, nous avons étudié l'influence des trois paramètres b, p_0 et p_1 sur les distributions des vitesses (et le nombre de Mach). Pour les études faites avec le gaz carbonique, nous avons utilisé le cryompage.

1.7.3.3.1.— Etude de la variation du nombre de Mach.

1.7.3.3.1.1.-Influence de la pression p_1 et de la distance b.

Nous avons étudié les distributions de vitesses de l'argon pour p_0 égal à 6 torr et 12 torr en fonction de la distance b. A partir de ces distributions, nous avons déterminé le nombre de Mach M. Nous avons tracé, sur les figures 54a et b, la variation de ce nombre en fonction de $\frac{b}{2x_0}$. Dans toutes les mesures, nous avons évalué l'erreur relative sur M à 5 %. Pour p_0 égal à 6 torr, M tend vers la valeur limite de 3,4 égale, à 3 % près, à la valeur trouvée en admettant que le gelage de M est réalisé à la distance b correspondant au minimum des courbes $I = f(b)_{p_0}$. Pour les petites valeurs de b, c'est-à-dire pour les distances correspondant à une forte interaction éplucheur-faisceau, M est petit bien que le flux soit moléculaire, mais il croît très vite lorsque b croît. Lorsque p_0 est égal à 12 torr, la courbe ne présente pas de palier, mais un maximum qui correspond à une valeur de M inférieure à celle trouvée en

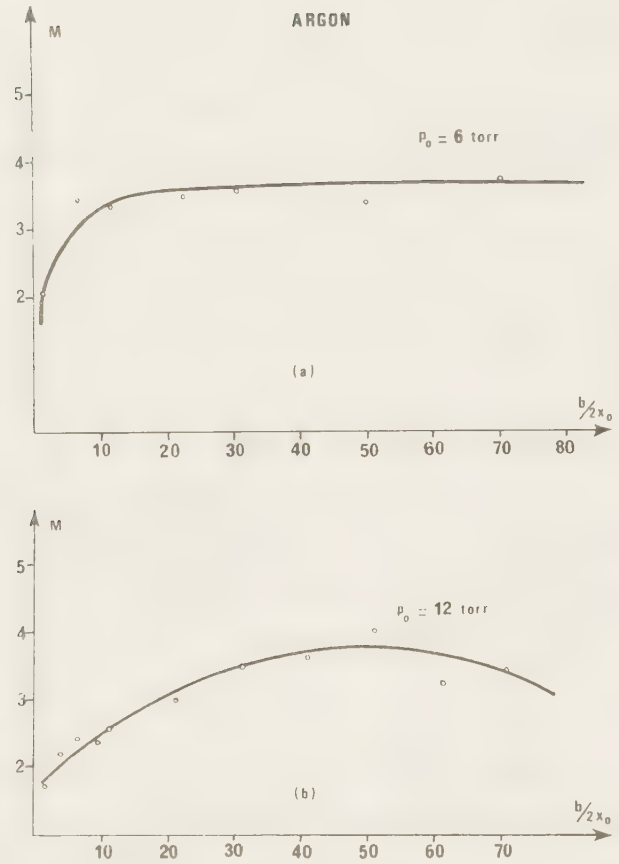


Figure 54

admettant que le gelage de M est réalisé au minimum des courbes $I = f(b)_{p_o}$. Cette courbe montre que l'interaction éplucheur-faisceau est sensible dans un domaine de b plus étendu et que la pression p_1 perturbe le faisceau avant que cette interaction cesse.

Nous avons tracé sur la figure 55 les distributions de vitesses pour différentes valeurs de b, l'évolution de la forme de ces distributions montre le passage de la région de transition à la région purement moléculaire.

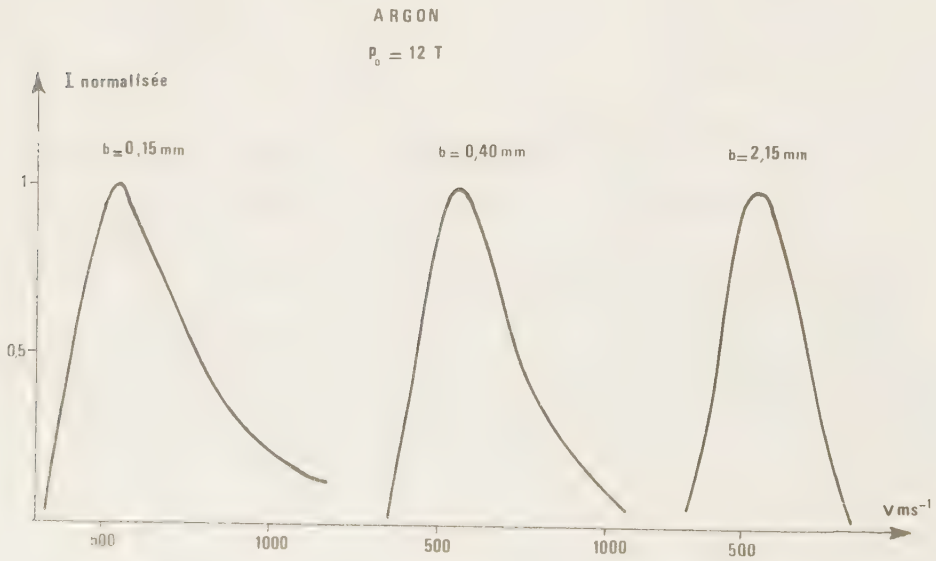


Figure 55

Afin de vérifier à la fois l'influence de la pression p_1 et du rapport p_0/p_1, nous avons étudié les distributions des vitesses à la pression p_0 de 6 torr en fonction de p_1 en fixant la distance b à la valeur correspondant à M maximum. La figure 56 montre que la valeur expérimentale de M reste constante lorsque p_0/p_1 croît alors que la théorie du flux isentropique prévoit une augmentation de M. Il y a donc "gelage" de M.

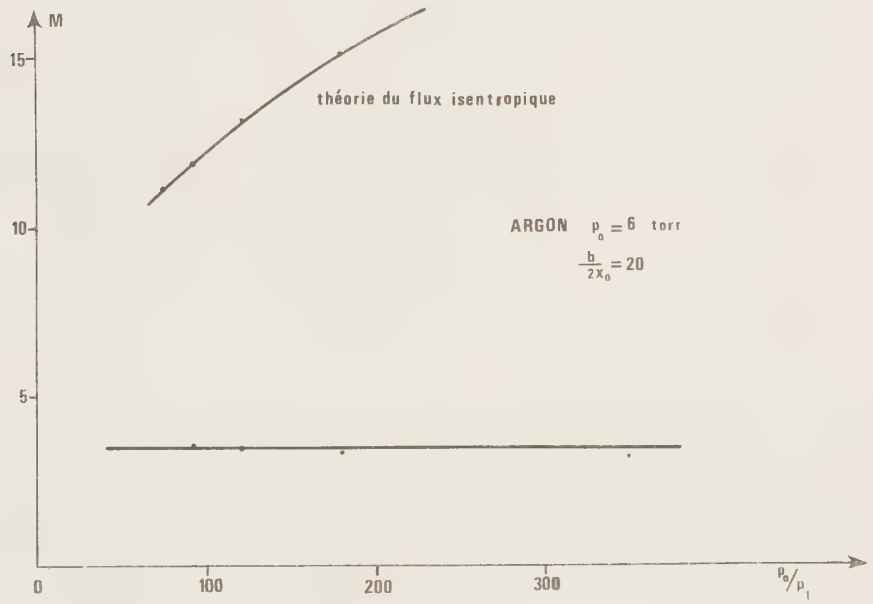


Figure 56

Sur la figure 57, nous avons représenté les variations de M en fonction de p_0/p_1 à 12 torr pour deux distances b. L'une correspondant au maximum de la courbe M = f(b), l'autre correspondant au minimum de la courbe $I = f(b)_{p_0}$. Alors que cette dernière est une droite parallèle à l'axe p_0/p_1, ce qui prouve le "gelage" de M, l'autre présente une légère augmentation de M lorsque croît le rapport p_0/p_1, ce qui prouve qu'aux grandes distances b, les collisions dues aux molécules du gaz résiduel perturbent la distribution des vitesses dans le faisceau.

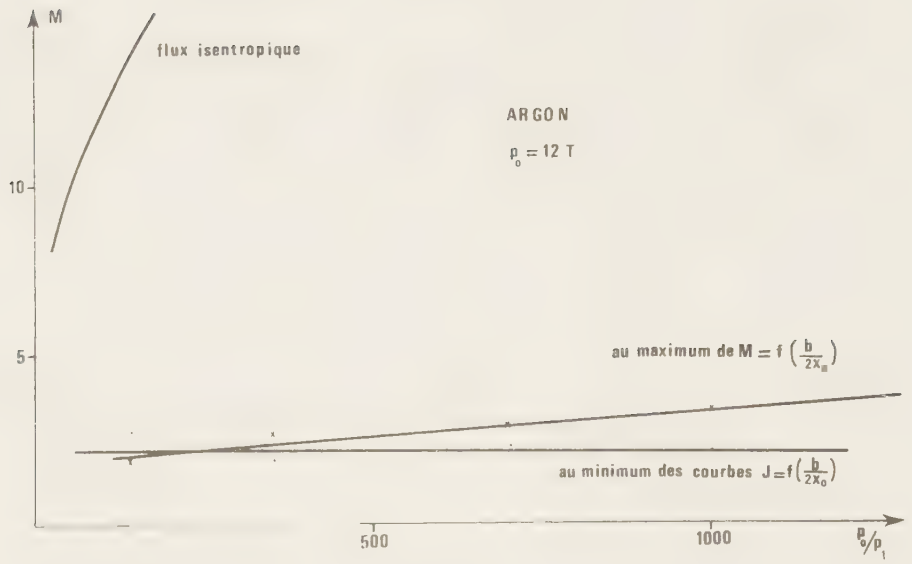


Figure 57

Nous avons vérifié encore l'influence de p_1 sur M en traçant la courbe M(b) dans le cas d'un faisceau de gaz carbonique. Les figures 58a et b représentent ces variations pour deux valeurs de p_o, 12 torr et 20 torr, p_1 étant constant et égal à 4.10^{-3} torr. Pour chaque courbe, M tend vers une valeur limite qui est, à la pression de 12 torr, à 3 % près, la valeur trouvée en admettant que le gelage de M est réalisé au minimum des courbes $I = f(b)_{p_o}$. Pour p_o égal à 20 torr, M est plus faible d'environ 5 %, ce qui prouve qu'aux grandes distances b, il y a déjà une influence de la pression p_1. Nous avons tracé sur la figure 59 les distributions de vitesses pour différentes valeurs de b, l'évolution de la forme des distributions montre bien le passage de la région de transition à la région purement moléculaire.

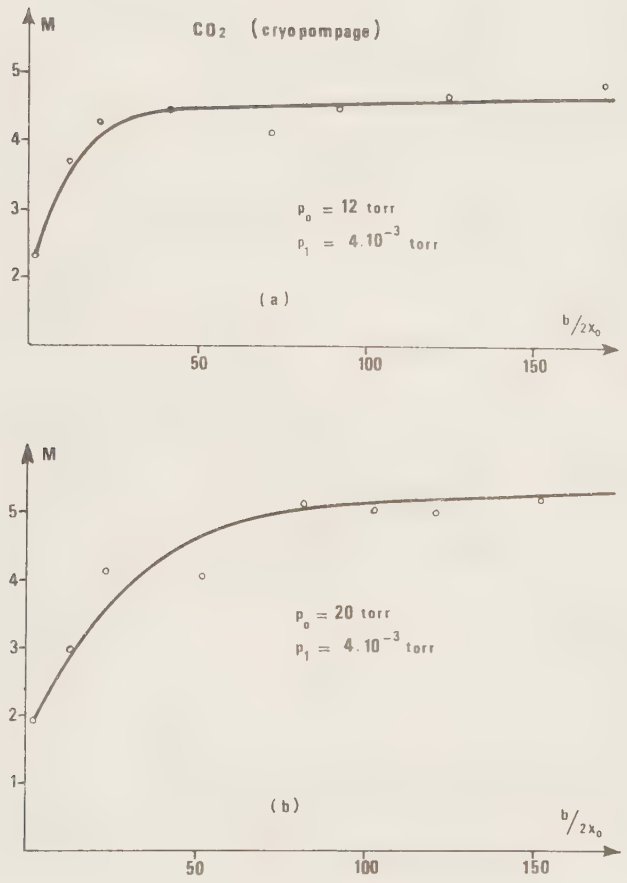


Figure 58

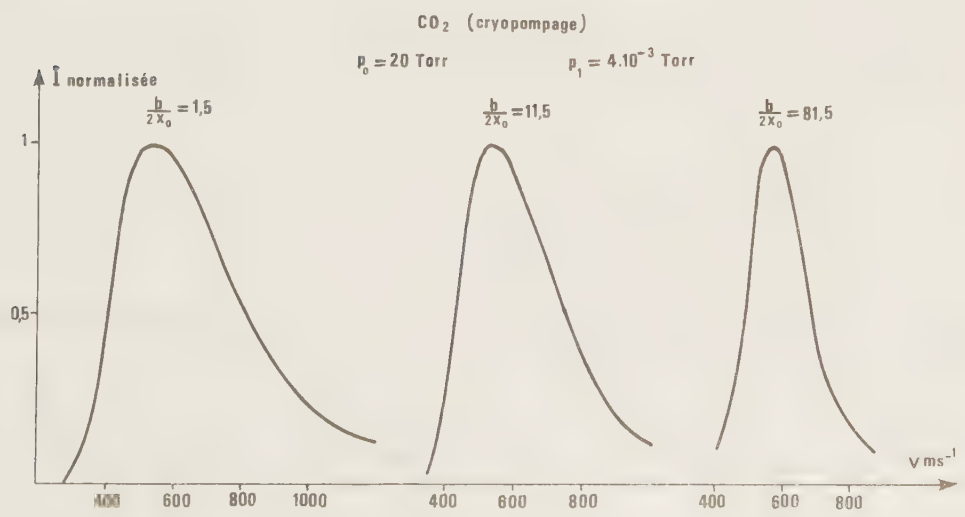


Figure 59

1.7.3.3.1.2.- Influence de la pression p_0.

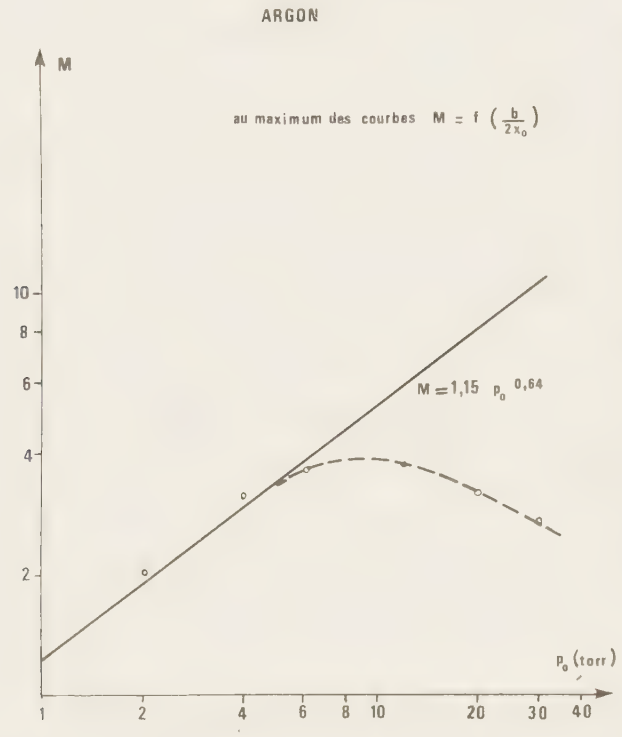


Figure 60

La figure 60 donne $M(p_0)$ pour l'argon. Les distributions de vitesses ont été tracées pour chaque valeur de p_0, en fixant la distance b aux valeurs correspondant à la fois à un minimum d'interaction éplucheur-faisceau et à un minimum d'influence de la pression p_1. La courbe $M(p_0)$ passe par un maximum ; mais elle est tangente à la droite d'équation

$$M = 1{,}15\ p_0^{0{,}64} \quad (1.205)$$

pour les pressions inférieures ou égales à 6 torr. L'équation ainsi trouvée est, aux erreurs d'expérience près, celle obtenue expérimentalement pour M_t et donnée dans le tableau VI ci-dessus. Pour les valeurs de p_0 supérieures à 6 torr, les effets de l'interaction éplucheur-faisceau et de la pression p_1 sont importantes et les points s'écartent de la droite.

Les figures 61 donnent $M(p_0)$ pour le gaz carbonique

- en (a) les distributions de vitesses ont été tracées pour chaque valeur de p_0 en fixant la valeur de b aux valeurs correspondant au maximum des courbes $I = f(\frac{b}{2x_0})$,
- en (b) elles ont été tracées en donnant à b une grande valeur (20 mm).

Les équations des droites tangentes aux courbes $M(p_0)$ pour les valeurs de p_0 inférieures à 20 torr sont très voisines de l'équation de la

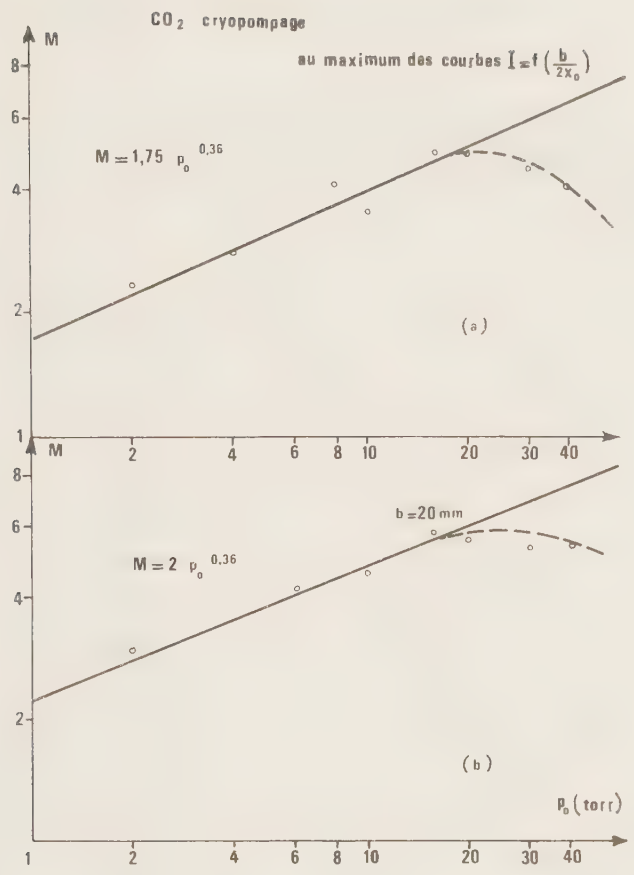


Figure 61

droite obtenue expérimentalement pour M_t et donnée dans le tableau VI. Pour les grandes valeurs de p_0, M s'écarte d'autant moins rapidement de la droite que b est plus grand, c'est-à-dire que l'interaction épluceur-faisceau est plus petite.

Ceci prouve que, pour l'argon, la décroissance de $M(p_0)$ pour les valeurs de p_0 supérieures à 6 torr est principalement due à l'action de l'épluceur sur le faisceau.

Ces résultats concernant la variation de M en fonction des paramètres b, p_1 et p_0 sont analogues à ceux obtenus par ABUAF et coll. |30|, BIER et HAGENA |34| et SCOTT et PHIPPS |50| pour des faisceaux de révolution.

1.7.3.3.2.— Variation de la température longitudinale.

Nous avons représenté sur les figures 62 et 63, en fonction de la variable $\frac{b}{b^*}$ définie au paragraphe 1.4.2.1., les variations du rapport $\frac{T_{//}}{T_0}$

1°) calculées à partir des distributions de vitesses pour l'argon aux deux pressions 6 et 20 torr,

2°) calculées pour ces mêmes pressions et pour un gaz monoatomique grâce à la théorie développée, dans le cas de molécules maxwelliennes, au paragraphe 1.4.2.1.

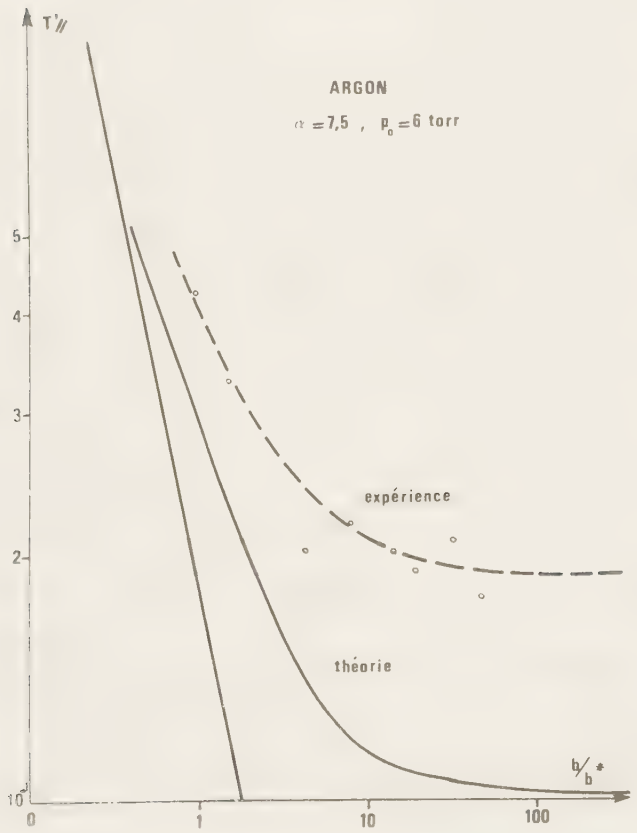


Figure 62

Les températures longitudinales expérimentales tendent vers une valeur limite supérieure à celle prévue théoriquement. Ce résultat est analogue à ceux obtenus pour des détentes à symétrie de révolution par ABUAF et coll. |30| et SCOTT et PHIPPS |50| qui trouvent des températures légèrement supérieures à celles calculées pour un potentiel de Lennard-Jones et à fortiori pour des molécules maxwelliennes.

De plus, les températures longitudinales expérimentales sont trop élevées par rapport aux températures réelles à cause de l'interaction éplucheur-faisceau et de l'influence de la pression p_1.

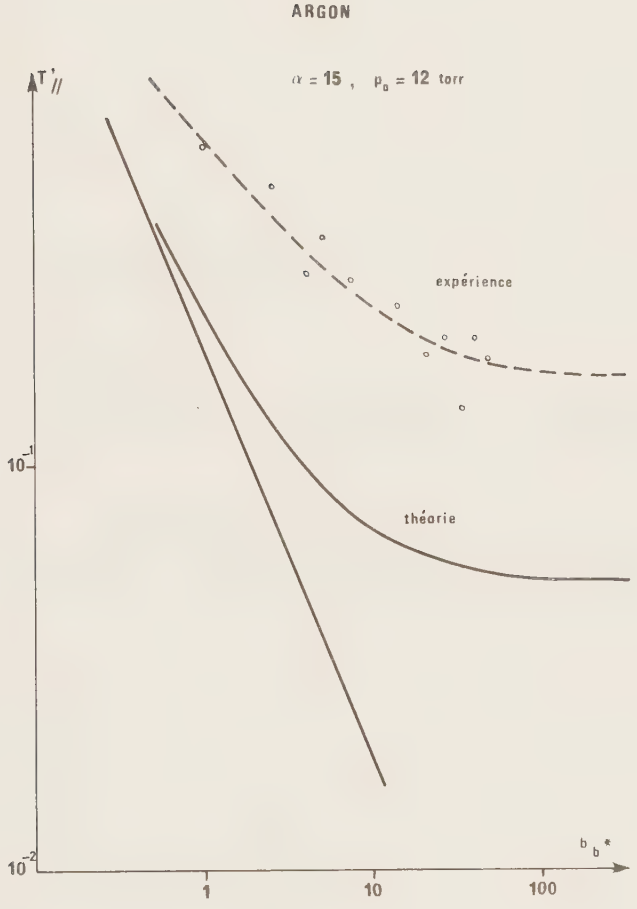

ARGON
α = 15 , p_0 = 12 torr
$T'_{//}$
expérience
théorie
10^{-1}
10^{-2}
1
10
100
b_b^*

Figure 63

2 - Production et étude

de faisceaux moléculaires supersoniques

de mélanges binaires de gaz

2.1. ——— AUGMENTATION DE L'ENERGIE DU COMPOSANT LOURD ET EFFET DE SEPARATION POUR DES MELANGES BINAIRES.

Dans la première partie de ce travail, nous avons montré que l'énergie d'un faisceau supersonique de gaz pur était toujours supérieure à celle d'un faisceau classique. En effet à partir de l'équation (1.141) la limite de l'énergie de translation aux grands nombres de Mach est donnée par

$$E_{lim.} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} kT_o \qquad (2.1)$$

Soit pour $\gamma = \frac{5}{3}$ E = 0,065 eV (3 degrés de liberté)

$\gamma = \frac{7}{5}$ E = 0,091 eV (5 degrés de liberté)

$\gamma = \frac{9}{7}$ E = 0,117 eV (7 degrés de liberté)

Cette énergie est encore très faible par rapport aux énergies de collision nécessaires à l'étude des phénomènes de transport et pour de nombreuses réactions chimiques. Ces énergies se situent en effet entre 1 et 15 eV. Elles sont difficilement atteintes par la technique de neutralisation par échange de charges d'ions accélérés, à cause des effets de charges d'espace . C'est pourquoi, les chercheurs travaillant sur les faisceaux supersoniques se sont attachés à augmenter le plus possible l'énergie de ces faisceaux. Pour ce faire, il est possible de chauffer le gaz en amont de la buse. KNUTH |37| a obtenu un faisceau de 1,26 eV en utilisant un arc électrique permettant d'élever la température du gaz à 5 700°K. L'énergie est cependant encore assez faible et cette technique peut entraîner la destruction des molécules du gaz s'il est polyatomique.

Une autre technique consiste à accélérer un gaz lourd par un gaz léger. En effet, si un mélange de gaz lourd et de gaz léger se détend de manière à ce que chaque espèce acquiert la même vitesse, l'énergie

du composant lourd est d'après l'équation (2.1)

$$\frac{1}{2} m_L v_p^2 = \frac{m_L}{\bar{m}} \frac{\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}-1} kT_o \qquad (2.2)$$

Il en résulte que si la concentration du gaz lourd est très faible dans le mélange, l'énergie s'écrit

$$\frac{1}{2} m_L v_p^2 = \frac{m_L}{m_\ell} \frac{\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}-1} kT_o \qquad (2.3)$$

Ceci montre que l'énergie du gaz lourd est augmentée, en première approximation, dans le rapport des masses des deux composants si les chaleurs spécifiques sont égales.

Quand un mélange de gaz est détendu à travers une buse, non seulement le gaz lourd est accéléré, mais il y a focalisation des molécules du gaz lourd sur l'axe ; cet effet est dit "effet de séparation" ("Trenndüse" en allemand). Le premier mécanisme invoqué pour expliquer ce phénomène est l'effet de séparation diffusive sous l'influence d'un gradient de pression. TAHOURDIN |72|, en 1946, a observé le premier un accroissement de concentration des espèces lourdes au centre d'un jet formé par passage d'un mélange à travers une fente dans une chambre à basse pression. De leur côté, BECKER et coll. |73|, en 1954, ont observé un effet semblable avec un faisceau supersonique et l'ont étudié avec une sonde placée sur l'axe du jet. Ils ont alors proposé deux mécanismes :

- diffusion de pression due au gradient de pression dans le jet ;

- migration des espèces légères à la périphérie du jet à cause de leur vitesse thermique plus grande.

Dans ce même laboratoire, ZIGAN |74| a publié une analyse de la séparation basée sur les équations de diffusion binaire de la théorie de CHAPMAN-ENSKOG. Il a appliqué la méthode des caractéristiques à différentes configurations, pour calculer l'effet de séparation. Ses résultats sont en accord qualitatif avec de nombreuses observations

expérimentales faites à Karlsruhe. Des analyses semblables ont été développées ultérieurement par MIKAMI et TAKASHIMA |75| et par SHERMAN |17|.

A l'aide du dispositif à symétrie plane décrit dans la première partie, nous avons étudié des faisceaux obtenus à partir de mélanges binaires de différents composants. Avant de donner nos résultats expérimentaux, nous développerons la théorie du mécanisme de diffusion de pression et nous exposerons les autres mécanismes proposés par les différents auteurs.

2.2. ——— MECANISMES DE L'EFFET DE SEPARATION.

2.2.1. ——— ETUDE THEORIQUE DU MECANISME DE DIFFUSION PAR GRADIENT DE PRESSION.

Pour étudier la diffusion séparative dans un mélange binaire, nous écrivons les équations de continuité totale de chacun des composants et l'équation de diffusion de CHAPMAN-ENSKOG. Diverses approximations sont faites et cette équation est résolue en développant toutes les grandeurs relatives au flux en séries asymptotiques de puissances inverses du nombre de Reynolds et en utilisant les relations du flux supersonique continu.

2.2.1.1. ——— RESOLUTION DE L'EQUATION DE CHAPMAN-ENSKOG.

Soient ρ_L et ρ_ℓ les densités des deux composants, n_L et n_ℓ leurs concentrations moléculaires

$$\begin{aligned} \rho_L &= n_L\, m_L \\ \rho_\ell &= n_\ell\, m_\ell \end{aligned} \qquad (2.4)$$

la densité et la concentration du mélange s'écrit alors

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_L + \rho_\ell \\ n &= n_L + n_\ell \end{aligned} \qquad (2.5)$$

Si f est la fraction moléculaire du composant lourd, la masse moyenne $\bar{m}$ des molécules du mélange est

$$\bar{m} = f\, m_L + (1 - f)\, m_\ell \tag{2.6}$$

d'où

$$\rho = n\, \bar{m}, \qquad \frac{n_L}{n} = f, \qquad \frac{n_\ell}{n} = (1 - f)$$

Si v est la vitesse du mélange, l'équation de continuité totale s'écrit

$$\operatorname{div}(\rho v) = \operatorname{div}(\rho_L\, v_L) + \operatorname{div}(\rho_\ell\, v_\ell) \tag{2.7}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\operatorname{div}(\rho v) = -\rho \operatorname{div} v - v \operatorname{grad} \rho \tag{2.8}$$

quand le flux est continu $\operatorname{div}(\rho v) = 0$

Soit u_L la vitesse de diffusion du composant lourd

$$u_L = v_L - v \tag{2.9}$$

$$\operatorname{div}(\rho_L\, u_L) = \operatorname{div}(\rho_L\, v_L) - \operatorname{div}(\rho_L\, v) \tag{2.10}$$

L'équation de continuité pour le composant lourd est de la forme

$$\frac{\partial \rho_L}{\partial t} = -\rho_L \operatorname{div} v - \operatorname{div}(\rho_L\, v_L) \tag{2.11}$$

En tenant compte des équations (2.8) et (2.10)

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho_L}{\rho}\right) = -\frac{1}{\rho} \operatorname{div}(\rho_L\, u_L) \tag{2.12}$$

La théorie de CHAPMAN-ENSKOG |76| montre que la diffusion résulte de quatre contributions : le gradient de pression, le gradient de température, la diffusion ordinaire et les forces extérieures.

S'il n'existe pas de forces extérieures, l'équation de diffusion s'écrit

$$\rho_L\, u_L = -\rho\, \frac{m_L\, m_\ell}{\bar{m}^2}\, D_{L\ell}\left[\operatorname{grad} f + \frac{m_\ell - m_L}{\bar{m}} f(1-f) \operatorname{grad}(\operatorname{Log} p) + k_T \operatorname{grad}(\operatorname{Log} T)\right] \tag{2.13}$$

où $D_{L\ell}$ est le coefficient de diffusion mutuelle et k_T est le rapport de diffusion thermique qui peut s'exprimer en fonction de δ, facteur de diffusion thermique dépendant peu de la température et de la concentration moléculaire

$$k_T = \delta\, f(1-f) = \frac{D_T}{D_{L\ell}} \tag{2.14}$$

où D_T est le coefficient de diffusion thermique.

L'équation de diffusion s'écrit alors

$$\rho_L\, u_L = -\,\rho\, \frac{m_L\, m_\ell}{\bar{m}^2}\, D_{L\ell} \left[\text{grad } f + \frac{m_\ell - m_L}{\bar{m}}\, f(1-f)\, \text{grad}(\text{Log } p) + \right.$$

$$\left. + \delta\, f(1-f)\, \text{grad}(\text{Log } T) \right] \tag{2.15}$$

Les termes dominants de cette équation sont relatifs à la diffusion thermique et à la diffusion de pression. Le troisième terme ("thermodiffusion")est indépendant de la différence de masse. Le signe du deuxième terme ("barodiffusion") montre que les molécules les plus lourdes diffusent vers les régions où règnent les pressions les plus élevées. Une comparaison de l'ordre de grandeur des termes de baro- et de thermodiffusion montre que le terme de barodiffusion prédomine, ce qui provoque un enrichissement en composant lourd sur l'axe du jet. Pour résoudre cette équation nous négligerons la diffusion ordinaire.

Le coefficient de diffusion mutuelle peut s'exprimer en fonction du nombre de Schmidt Sc par

$$D_{L\ell} = \frac{\mu}{\rho}\, \frac{1}{Sc} \tag{2.16}$$

Introduisons le nombre de Reynolds aux conditions existant en amont de la buse

$$Re_o = 2x_o\, a_o\, \frac{\rho_o}{\mu_o}\,, \tag{2.17}$$

et rapportons toutes les vitesses à la vitesse locale du son, les densités à la densité totale initiale ρ_o, la viscosité μ à la viscosité initiale μ_o et les distances à $2x_o$. (Toutes ces grandeurs sont affectées d'un signe'). L'équation (2.15) s'écrit alors

$$\rho'_L\, u'_L = -\frac{\mu'}{Re_o Sc}\left[\frac{m_L}{\bar{m}}\right]^{1/2} \frac{m_L m_\ell}{\bar{m}^2} f(1-f)\left[\text{grad}(\text{Log } p)\,\frac{m_\ell - m_L}{\bar{m}} + \delta\,\text{grad}(\text{Log } T)\right] \tag{2.18}$$

En utilisant les propriétés de la détente adiabatique

$$\text{grad (Log p)} = \frac{\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}-1}\,\text{grad (Log T)} \tag{2.19}$$

$\bar{\gamma}$ étant défini par $\dfrac{\Sigma_i\, C_{pi}\, n_i}{\Sigma_i\, C_{vi}\, n_i}$

$$\rho'_L\, u'_L = -\frac{\mu'}{Re_o Sc}\left[\frac{m_L}{\bar{m}}\right]^{1/2} \frac{m_L m_\ell}{\bar{m}^2} f(1-f)\left[\frac{m_\ell - m_L}{\bar{m}}\,\frac{\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}-1} + \delta\right]\text{grad(Log T)} \tag{2.20}$$

En utilisant les équations (2.7) et (2.10)

$$\text{div}\,(\rho'_L\, u'_L) = -\rho'\,\text{div}\left(\frac{\rho'_L}{\rho'}\, v' - \text{div } v'\right) \tag{2.21}$$

$$\text{div}\,(\rho'\, v') = 0 = \rho'\,\text{div } v' + v'\,\text{grad}\,\rho' \tag{2.22}$$

ce qui implique div v' = 0

d'où
$$\text{div}\,(\rho'_L\, u'_L) = -\rho'\left[\frac{\rho'_L}{\rho'}\,\text{div } v' + v'\,\text{grad}\left(\frac{\rho'_L}{\rho'}\right)\right]$$

$$= -\rho'\, v'\,\text{grad}\left(\frac{\rho'_L}{\rho'}\right) \tag{2.23}$$

La divergence de l'équation (2.20) s'écrit alors

$$\rho'\, v'\,\text{grad}\left(\frac{\rho'_L}{\rho'}\right) = -\frac{1}{Re_o}\,\text{div}\left\{\frac{\mu'}{Sc}\left[\frac{m_L}{\bar{m}}\right]^{1/2} \frac{m_L m_\ell}{\bar{m}^2} f(1-f)\left[\frac{m_\ell - m_L}{\bar{m}}\,\frac{\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}-1} + \delta\right]\text{grad(Log T)}\right\} \tag{2.24}$$

Soit β la "fraction massique" du composant lourd

$$\beta = \frac{\rho_L}{\rho} = \frac{f\, m_L}{\overline{m}} \tag{2.25}$$

et

$$\Delta\beta = \Delta f \left(\frac{m_L\, m_\ell}{\overline{m}^2}\right) \tag{2.26}$$

Nous nous intéressons uniquement aux lignes de flux dirigées suivant l'axe de propagation ; soit un incrément db' sur cet axe

$$\Delta\beta = \frac{1}{Re_o} \int_{b'_o}^{b'} \operatorname{div} \left\{ \frac{\mu'}{Sc} \left[\frac{m_L}{\overline{m}}\right]^{1/2} \frac{m_L m_\ell}{\overline{m}^2} f(1-f) \left[\frac{m_\ell - m_L}{\overline{m}} \frac{\overline{\gamma}}{\overline{\gamma}-1} + \delta \right] \operatorname{grad} (\operatorname{Log} T) \right\} \times \frac{db'}{\rho' v'} \tag{2.27}$$

$$\text{ou } \Delta f = \frac{1}{Re_o} \int_{b'_o}^{b'} \operatorname{div} \left\{ \frac{\mu'}{Sc} \left[\frac{m_L}{\overline{m}}\right]^{1/2} f(1-f) \left[\frac{m_\ell - m_L}{\overline{m}} \frac{\overline{\gamma}}{\overline{\gamma}-1} + \delta \right] \operatorname{grad}(\operatorname{Log} T) \right\} \frac{db'}{\rho' v'} \tag{2.28}$$

En utilisant la méthode de SHERMAN |17| nous allons développer cette équation en considérant des perturbations $\varepsilon = \frac{1}{Re_o}$. Ce développement n'est valable que pour des nombres de Reynolds suffisamment grands (supérieurs à 100).

$$\begin{aligned}
v' &= v'^{(0)} + \varepsilon\, v'^{(1)} + \varepsilon^2\, v'^{(2)} + \ldots \\
u'_L &= u_L'^{(0)} + \varepsilon\, u_L'^{(1)} + \varepsilon^2\, u_L'^{(2)} + \ldots \\
\rho' &= \rho'^{(0)} + \varepsilon\, \rho'^{(1)} + \varepsilon^2\, \rho'^{(2)} + \ldots \\
\rho'_L &= \rho_L'^{(0)} + \varepsilon\, \rho_L'^{(1)} + \varepsilon^2\, \rho_L'^{(2)} + \ldots \\
f &= f^{(0)} + \varepsilon\, f^{(1)} + \varepsilon^2\, f^{(2)} + \ldots \\
T &= T^{(0)} + \varepsilon\, T^{(1)} + \varepsilon^2\, T^{(2)} + \ldots
\end{aligned} \tag{2.29}$$

En introduisant ces développements dans l'équation (2.28) et

en identifiant, nous obtenons, en nous limitant comme SHERMAN aux termes du premier ordre :

$$f^{(1)}(b')-f^{(1)}(b'_o)=\left[\frac{m_L}{\bar{m}}\right]^{1/2}\left[\frac{m_\ell-m_L}{\bar{m}}\,\frac{\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}-1}+\delta\right]f(1-f)\int_{b'_o}^{b'}\mathrm{div}\left[\mu'^{(o)}\,\mathrm{grad}(\mathrm{Log}\ T^{(o)})\right]\ldots$$

$$\ldots\ \frac{db'}{\rho'^{(o)}v'^{(o)}} \qquad (2.30)$$

Pour simplifier l'écriture des calculs, nous poserons

$$E=\left[\frac{m_L-m_\ell}{\bar{m}}\,\frac{\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}-1}-\delta\right]f\,(1-f\,)\,\frac{1}{Sc_o} \qquad (2.31)$$

$$f^{(1)}(b')-f^{(1)}(b'_o)=-E\left[\frac{m_L}{\bar{m}}\right]^{1/2}\int_{b'_o}^{b'}\mathrm{div}\left[\mu'^{(o)}\,\mathrm{grad}(\mathrm{Log}\ T^{(o)})\right]\frac{db'}{\rho'^{(o)}v'^{(o)}} \qquad (2.32)$$

Pour poursuivre l'intégration, nous allons introduire la variation du flux molaire fractionnaire. Le flux à travers un tube de force de surface unité perpendiculaire à $\vec{b}$ est

$$\phi=\frac{n_L\,v_L\,\vec{b}}{(n_Lv_L+n_\ell v_\ell)\vec{b}} \qquad (2.33)$$

d'où, en développant en puissance de $\frac{1}{Re_o}$,

$$\phi^{(o)}=\frac{n_L^{(o)}\,v_L^{(o)}}{n\,v}=f^{(o)} \qquad (2.34)$$

$$\phi^{(1)}=\frac{n_L^{(1)}\,v_L^{(o)}}{n\,v}+\frac{n_L^{(o)}\,v_L^{(1)}}{n\,v}=f^{(1)}+f^{(o)}\,\frac{u_L}{v} \qquad (2.35)$$

ou

$$\phi^{(1)} = f^{(1)} + \left[\frac{m_L}{\bar{m}}\right]^{1/2} E \frac{\mu'^{(o)}}{\rho'^{(o)} v'^{(o)}} \frac{\partial}{\partial b'} (\text{Log } T^{(o)}) \qquad (2.36)$$

d'où en identifiant

$$f^{(o)} \frac{u'_L}{v'} = \left[\frac{m_L}{\bar{m}}\right]^{1/2} E \frac{\mu'^{(o)}}{\rho'^{(o)} v'^{(o)}} \frac{\partial}{\partial b'} (\text{Log } T^{(o)}) \qquad (2.37)$$

Nous allons supposer que la viscosité est simplement proportionnelle à la température (molécules maxwelliennes) |76|.

$$\mu^{(o)} = C\, T^{(o)} \qquad (2.38)$$

où $C \simeq 1$

et nous utiliserons les relations du flux continu non visqueux pour exprimer les rapport des températures

$$\frac{T}{T_o} = \left[1 + \frac{\bar{\gamma} - 1}{2} M^2 \right]^{-1} \qquad (1.8)$$

d'où

$$\frac{\partial T}{\partial b'} = - T_o M (\bar{\gamma}-1) \frac{dM}{db'} \left[1 + \frac{\bar{\gamma}-1}{2} M^2 \right]^{-2} \qquad (2.39)$$

la densité du mélange

$$\rho' = \left[1 + \frac{\bar{\gamma}-1}{2} M^2 \right]^{-\frac{1}{\bar{\gamma}-1}} \qquad (2.40)$$

la viscosité du mélange

$$\mu' = C \left[1 + \frac{\bar{\gamma}-1}{2} M^2 \right]^{-1} \qquad (2.41)$$

et la vitesse du mélange que nous prendrons égale à la vitesse la plus probable

$$v'_p = M\left[\, 1 + \frac{\bar{\gamma}-1}{2} M^2 \,\right]^{-\frac{1}{2}} \tag{2.42}$$

La relation (2.37) s'écrit

$$f^{(o)}\,\frac{u'_L}{v'} = -\left[\frac{m_L}{\bar{m}}\right]^{1/2} E\, C(\bar{\gamma}-1)\,\frac{dM}{db'}\left[\, 1 + \frac{\bar{\gamma}-1}{2} M^2 \,\right]^{\frac{5-3\,\bar{\gamma}}{2(\bar{\gamma}-1)}} \tag{2.43}$$

ou en considérant les vitesses non normalisées

$$f^{(o)}\,\frac{u_L}{v} = -\,E\,C\,(\bar{\gamma}-1)\,\frac{dM}{db'}\left[\, 1 + \frac{\bar{\gamma}-1}{2} M^2 \,\right]^{\frac{5-3\,\bar{\gamma}}{2(\bar{\gamma}-1)}} \tag{2.44}$$

$$\phi^{(1)} = \frac{\bar{\gamma}-1}{2}\,E\,C\int_{b'_o}^{b'} \frac{1}{M}\left[\, 1 + \frac{\bar{\gamma}-1}{2} M^2 \,\right]^{\frac{7-5\,\bar{\gamma}}{2(\bar{\gamma}-1)}} \times$$

$$\times \left\{\left[(2-\bar{\gamma})M^4+3(\bar{\gamma}-1)M^2+3\right]\left(\frac{dM}{db'}\right)^2 + \left[(\bar{\gamma}-1)M^4+(3-\bar{\gamma})M^2-2\right]M\,\frac{d^2M}{db'^2}\right\} \tag{2.45}$$

Après intégration par parties

$$\phi^{(1)} = (\bar{\gamma}-1)E\,C\left\{(M^2-1)\left[\, 1 + \frac{\bar{\gamma}-1}{2} M^2 \,\right]^{\frac{5-3\,\bar{\gamma}}{2(\bar{\gamma}-1)}}\frac{dM}{db'} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{b'} \frac{(M^2-1)\,(3+M^2)}{M}\left[1+\frac{\bar{\gamma}-1}{2} M^2\right]^{\frac{7-5\,\bar{\gamma}}{2(\bar{\gamma}-1)}}\left(\frac{dM}{db'}\right)^2 db'\right\} \tag{2.46}$$

2.2.1.2. —— APPLICATION AUX GAZ MONOATOMIQUES DANS LE CAS D'UNE BUSE A SYMETRIE PLANE.

Lorsque $\overline{\gamma} = \frac{5}{3}$ l'équation (2.46) s'écrit

$$\phi^{(1)} = \frac{2}{3} E\ C \left\{ (M^2-1)\ \frac{dM}{db'} - \int_{-\infty}^{b'} \frac{M^2-1}{M} \left(\frac{dM}{db'}\right)^2 db' \right\}$$

$$= \frac{2}{3} E\ C \left\{ (M^2-1)\ \frac{dM}{db'} - \int_{0}^{M} \frac{M^2-1}{M}\ \frac{dM}{db'}\ dM \right\} \qquad (2.47)$$

et $$f^{(o)}\ \frac{u_L}{v} = -\frac{2}{3} E\ C\ \frac{dM}{db'} \qquad (2.48)$$

d'où d'après la relation (2.35)

$$f^{(1)} = \frac{2}{3} E\ C \left\{ M^2\ \frac{dM}{db'} - \int_{0}^{M} \frac{M^2-1}{M}\ \frac{dM}{db'}\ dM \right\} \qquad (2.49)$$

Pour calculer numériquement $\phi^{(1)}$ et $f^{(1)}$ nous avons représenté sur la figure 64 l'expression $(\frac{M^2-1}{M}\ \frac{dM}{db'})$ en utilisant la courbe de

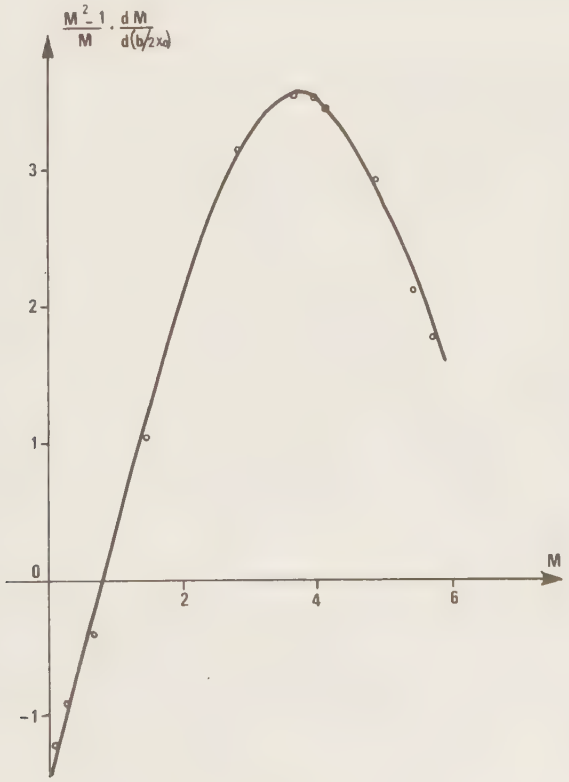


Figure 64

la figure 10 donnant le nombre de Mach en fonction de $\frac{b}{2x_o}$. La parabole obtenue a pour équation

$$\frac{M^2-1}{M}\frac{dM}{db'} = -0{,}365\ M^2 + 2{,}7\ M - 1{,}5 \qquad (2.50)$$

L'intégration est alors immédiate et

$$\frac{\phi^{(1)}}{E\ C} = \frac{\phi^{(1)}Re_o}{E\ C} = +0{,}122\ M^3+M^2\left(0{,}66\frac{dM}{db'}-1{,}35\right)+1{,}5M-0{,}66\frac{dM}{db'} \qquad (2.51)$$

(toutes les grandeurs étant normalisées aux conditions initiales $Re_o=1$) et

$$\frac{f^{(1)}}{E\ C} = \frac{f^{(1)}Re_o}{E\ C} = 0{,}122\ M^3+M^2\left(0{,}66\frac{dM}{db'}-1{,}35\right)+1{,}5M \qquad (2.52)$$

Nous avons tracé sur la figure 65 les courbes $\frac{\phi^{(1)}Re_o}{E\ C}$ et $\frac{f^{(1)}Re_o}{E\ C}$ donnant la variation de flux relatif et la variation de concentration du gaz lourd dans le mélange. Il apparaît que pour une symétrie plane et un mélange de gaz monoatomiques, la séparation des composants due à la diffusion de pression s'effectue sur une distance $\frac{b}{2x_o}$ de l'ordre de 4. La concentration en gaz lourd reste

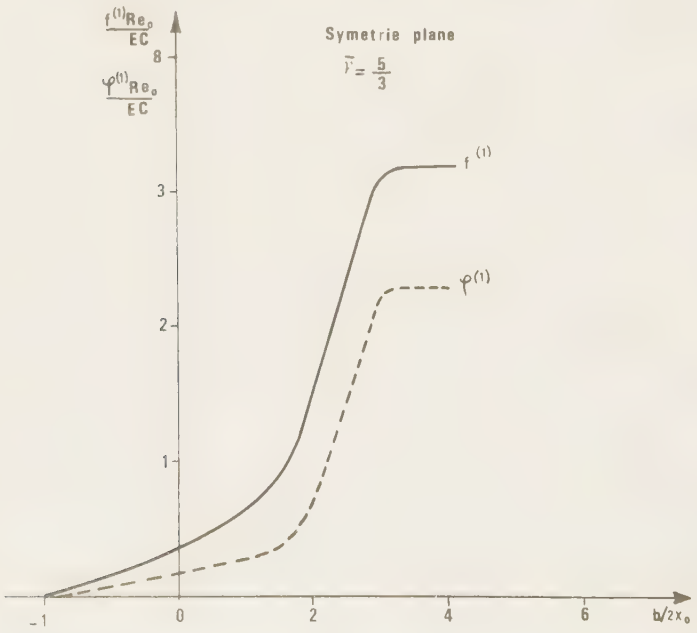


Figure 65

théoriquement constante ensuite.

Pour une géométrie axiale avec un mélange de gaz monoatomiques, ROTHE |77| et ANDERSON |78| montrent théoriquement que la séparation s'effectue sur une distance $\frac{b}{d}$ de l'ordre de 3. ROTHE a montré, en bombardant un jet de mélange argon-hélium par un faisceau électronique et en étudiant les profils radiaux de densité des composants dans la chambre de détente, que la séparation sur l'axe du jet libre est en très bon accord avec la théorie de SHERMAN. Par contre, WATERMAN et STERN |79| , qui ont étudié la séparation, au delà d'un éplucheur, dans un jet de Laval, trouvent que la séparation passe par un maximum. Divers auteurs ont proposé d'autres mécanismes pour expliquer la séparation observée à l'aide d'éplucheurs ou de sondes.

2.2.2. ——— AUTRES MECANISMES.

2.2.2.1.——— INFLUENCE DE L'ECART ENTRE LES VITESSES DU COMPOSANT LOURD ET DU COMPOSANT LEGER.

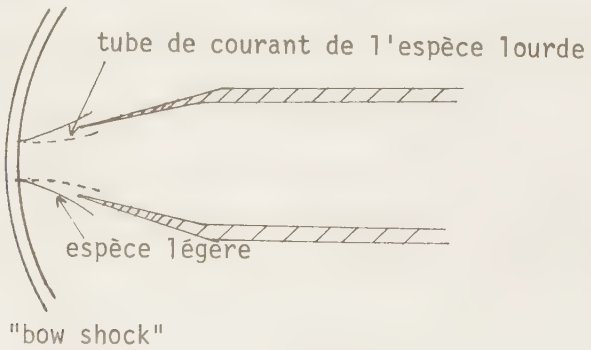
Dans un mélange binaire de gaz on considère que, à la sortie de la buse, les deux espèces de molécules ont la même vitesse d'entraînement et la même température. On suppose que cette vitesse d'entraînement se conserve dans le flux moléculaire et qu'il n'y a pas de collisions moléculaires. La vitesse totale de chaque espèce de molécules est la somme vectorielle de leurs vitesses d'entraînement et thermique. Or le composant léger a une vitesse thermique plus grande que celle du composant lourd; la résultante de ces vitesses a une direction telle que les molécules légères divergent davantage que les molécules lourdes. Le faisceau est alors enrichi en composant lourd sur l'axe.

Pour évaluer quantitativement cet effet de séparation, il est nécessaire de connaître la vitesse d'entraînement, donc de connaître la position de la surface de transition du flux continu en flux moléculaire |78|, |79|, |80|, |81|, |82|. De plus certains

auteurs |83|, |28| pensent qu'au voisinage de la zone de transition, il existe une différence entre les vitesses des deux espèces due au fait que le gaz léger"gèle"plus tard que le gaz lourd comme nous le montrons par la suite.

SEPARATION PAR EFFET DE SONDE.

Ce mécanisme a été proposé par plusieurs auteurs |8|,|84|, |85|, |86| pour expliquer les différences observées entre le facteur de séparation obtenu par des méthodes indirectes comme la luminescence et celui mesuré directement en introduisant une sonde ou un éplucheur dans le flux. L'introduction d'une sonde provoque la formation d'une onde de choc généralement attachée mais qui peut se détacher du fait de la différence de densité de part et d'autre du choc. Cette onde de choc (dite "bow shock") apparaît alors très légèrement en amont de la sonde. Dans le champ de décélération situé entre l'onde de choc et la sonde il y a enrichissement en espèce lourde sur l'axe. Quand la sonde se déplace en aval du disque de Mach, dont la position est indépendante de la sonde, il y a interaction entre la sonde, son onde de choc et le disque de Mach qui provoque une diminution et même une inversion de l'effet de séparation.



2.2.2.3. —— EFFET DE DIFFUSION.

Dans la chambre de détente et dans la chambre de collimation, la densité dans le flux moléculaire et les pressions résiduelles sont encore suffisamment grandes pour qu'il se produise quelques collisions entre les molécules du faisceau, en particulier à l'intérieur de la sonde ou du cône de l'épluchéur, qui affectent davantage les molécules légères et provoquent un enrichissement en composant lourd sur l'axe. Par contre les collisions entre les molécules du faisceau et celles du gaz résiduel dans les diverses chambres affectent les deux composants.

Plusieurs auteurs ont étudié l'effet des diverses pressions sur l'effet de séparation |56|,|73|, |79|, |80|, |87|, |88|, |89|, |90|, |91|. Du fait de l'influence des pressions les unes sur les autres, ce mécanisme est très complexe. BECKER et coll. montrent que la séparation semble diminuer quand p_1 augmente, et passer par un maximum quand p_0 croît. CAMPARGUE trouve une séparation plus grande dans la dernière chambre que dans la chambre de collimation et étudie l'effet de séparation dû à l'invasion du "tonnelet de choc" par le gaz résiduel. VALLEAU et DECKERS ont donné une expression semi-théorique de la séparation qui tient compte des collisions dans le faisceau. WATERMAN et coll. ont trouvé une séparation dans divers mélanges dont les composants ont soit des masses différentes mais des sections efficaces identiques, soit des masses égales mais des sections efficaces différentes. Ils ont d'autre part montré qu'il pouvait y avoir une séparation inversée dans des conditions particulières (pression amont buse élevée, distance b au delà du disque de Mach).

2.3. ——— ETUDE DE LA DETENTE A SYMETRIE PLANE A PARTIR DE LA THEORIE CINETIQUE.

HAMEL et WILLIS |22| d'une part et COOPER et BIENKOWSKI |28| d'autre part ont étendu l'étude de la variation des températures longitudinale et transversale aux deux composants monoatomiques d'un mélange binaire ; les premiers ont restreint leur étude à des traces du composant lourd dans le mélange et les seconds à un mélange équiparties. Tous ont supposé, pour chaque composant comme pour le gaz pur, une source à symétrie sphérique, une distribution de vitesses maxwelliennes ellipsoïdale et une loi d'interaction en r^{-5} (molécules maxwelliennes) pour les collisions mutuelles comme pour les self-collisions.

Ayant développé, dans le paragraphe 1.4.2, les calculs permettant d'obtenir la loi de variation des températures à partir des équations de la théorie cinétique pour un gaz pur et une symétrie plane, nous nous bornerons ici à écrire les équations de conservation et d'échanges et à en déduire la loi de variation des températures des deux composants.

En additionnant les équations de Boltzmann des deux composants et en considérant que, dans le mélange la quantité de mouvement et l'énergie se conservent, nous pouvons écrire :

$$\frac{1}{b'^2}\left[\frac{d}{db'}\left(\rho_L\, U_L\, b'^2\right) + \frac{d}{db'}\left(\rho_\ell\, U_\ell\, b'^2\right)\right] = 0 \qquad (2.53)$$

$$\frac{n_L}{n_\ell} m_L \frac{\partial U_L}{\partial b'} + \frac{\partial U_\ell}{\partial b'} m_\ell + \frac{\partial}{\partial b'}\left(\frac{kT_{\parallel L}\, n_L}{U_L\, n_\ell}\right) + \frac{\partial}{\partial b'}\left(\frac{kT_{\parallel \ell}}{U_\ell}\right)$$

$$+ \frac{1}{b'}\left[\frac{n_L\, k}{U_L\, n_\ell}\left(2T_{\parallel L} - T_{\perp L}\right) + \frac{k}{U_\ell}\left(2T_{\parallel \ell} - T_{\perp \ell}\right)\right] = 0 \qquad (2.54)$$

$$\frac{n_L}{n_\ell}\frac{\partial}{\partial b'}\left[m_L\, U_L^2 + 3\, k\, T_{\parallel L} + k\, T_{\perp L}\right] + \frac{\partial}{\partial b'}\left[m_\ell\, U_\ell^2 + 3\, k\, T_{\parallel \ell} + k\, T_{\perp \ell}\right] = 0 \qquad (2.55)$$

Il faut en plus considérer les équations d'échanges de moment et d'énergie entre les deux composants. Pour l'espèce lourde elles s'écrivent :

$$U_\ell\left[m_L b'^2 U_L \frac{dU_L}{db'} + \frac{d}{db'}(k\, T_{\parallel L}\, b'^2) - b' k T_{\perp L}\right] = \frac{1}{2}\alpha_{L\ell}(U_L - U_\ell) \tag{2.56}$$

$$b'^2 U_L \frac{d}{db'}\left[\mathrm{Log}\left(\frac{k\, T_{\parallel L}\, U_L^2}{m_L}\right)\right] = -\frac{\alpha_{LL}}{T_{\parallel L}\, U_L}(T_{\parallel L} - T_{\perp L}) - \frac{\alpha_{L\ell}}{U_\ell T_{\parallel L}}(T_{\parallel L} - T_\ell)$$

$$+ 0{,}2251\, \frac{n_L}{n_\ell}\, \alpha_{L\ell}\, \frac{1}{U_\ell\, T_{\parallel L}}\,(T_{\parallel L} - T_{\perp L}) \tag{2.57}$$

$$b'^2 U_L \frac{d}{db'}\left[\mathrm{Log}\left(\frac{k\, T_{\perp L}}{m_L\, U_L^2}\right)\right] = -\frac{\alpha_{LL}}{T_{\perp L}\, U_L}(T_{\perp L} - T_{\parallel L}) - \frac{\alpha_{L\ell}}{U_\ell\, T_{\perp L}}(T_{\perp L} - T_\ell)$$

$$+ 0{,}2251\, \frac{n_L}{n_\ell}\, \frac{\alpha_{L\ell}}{3\, T_{\perp L}\, U_\ell}(T_{\perp L} - T_{\parallel L}) \tag{2.58}$$

Nous limitons notre étude, comme COOPER et BIENKOWSKI, à des mélanges contenant au minimum 50 % de composant lourd ($\frac{n_L}{n_\ell} = 1$). Nous considérons, de plus, que le rapport $\frac{m_L}{m_\ell}$ est grand. En développant les moments en puissance de $\alpha_{L\ell}^{-1}$ on trouve que dans la détente isentropique.

$$T_{\parallel L}^{(o)} = T_{\perp L}^{(o)} = T_{\parallel \ell}^{(o)} = T_{\perp \ell}^{(o)} = T^{(o)} \tag{2.59}$$

avec

$$T_{b'>>1}^{(o)} \simeq \frac{3}{4}\,(4\, b')^{-1} + O(b'^{-2}) \tag{2.60}$$

Nous retrouvons ainsi le même résultat que pour un gaz pur (1.94). On retrouve également

$$U'_L = U'_\ell = U'_\infty = \sqrt{4} \tag{2.61}$$

et que le développement en $\alpha_{L\ell}^{-1}$ n'est pas valable pour le second ordre.

α étant proportionnel à la fréquence de collision, nous pouvons écrire

$$\frac{\alpha_{LL}}{\alpha_{L\ell}} = \sqrt{\frac{2\, C_{LL}}{C_{L\ell}}} = A \tag{2.62}$$

C_{LL} et $C_{L\ell}$ étant les constantes de la loi d'interaction $C\, r^{-5}$.

En faisant les mêmes changements de variables que pour le gaz pur, nous obtenons une équation semblable à l'équation (1.89b)

$$(u^{(o)})^2 \frac{dy_L^{(o)}}{dx} = - A\, x^{-2} \,(y_L^{(o)} - z_L^{(o)}) \tag{2.63}$$

$$\frac{d}{dx}\,(x^2\, z_L^{(o)}) = A\,(y_L^{(o)} - z_L^{(o)})\,(u^{(o)})^{-2} \tag{2.64}$$

En combinant les équations (2.63) et (2.64) on obtient

$$\frac{x^2}{A}\frac{d^2y_L^{(o)}}{dx^2} + \frac{dy_L^{(o)}}{dx}\left(\frac{4x}{A} + 2\right) + \frac{2}{x}\, y_L^{(o)} = 0 \tag{2.65}$$

En faisant le changement de variable $X = \frac{2A}{x}$, l'équation pour l'espèce lourde s'écrit

$$X \frac{d^2y_L^{(o)}}{dX^2} - (X + 2)\frac{dy_L^{(o)}}{dX} + y_L^{(o)} = 0 \tag{2.66}$$

On voit donc d'après cette équation que les espèces lourde et légère ne sont pas couplées dans cette région et que l' espèce lourde se comporte comme un gaz pur. La solution de l'équation (2.65), est de la forme

$$(y_L^{(o)})_{X\to\infty} \simeq X + O(X^{-1})$$

$$(y_L^{(o)})_{X\to 0} \simeq C_L \frac{\Gamma(3)}{\Gamma(2)} + O(X) \tag{2.67}$$

où $C_L = \frac{1}{2A}$

Pour la température transversale, le comportement asymptotique est de la forme

$$(z_L^{(o)})_{X\to\infty} \simeq C_L\, X + 0\,(X^{-1})$$

$$(z_L^{(o)})_{X\to 0} \simeq \left[C_L\, \frac{1}{2}\, \frac{\Gamma(3)}{\Gamma(2)}\right] X \qquad (2.68)$$

Le développement de la température longitudinale s'écrit

$$T'^{(o)}_{\parallel L}(x) = b_1(\alpha)\left[y_L^{(o)}(x) + \ldots\right]$$

et on trouve

$$b_1(\alpha) = 0{,}75\ \alpha_{L\ell}^{-1}$$

$$T'_{\parallel L\infty} = b_1(\alpha)\ C_L\, \frac{\Gamma(3)}{\Gamma(2)} = 0{,}75\ A^{-1}\ \alpha_{L\ell}^{-1} \qquad (2.69)$$

Soit compte-tenu de l'équation (2.62)

$$T'_{\parallel L\infty} = 0{,}75\ \alpha_{LL}^{-1}$$

Le nombre de Mach terminal s'écrit alors

$$M_{\parallel L\infty} = \left[\frac{4}{\gamma T_{\parallel L\infty}}\right]^{1/2} = 1{,}79\ \alpha_{LL}^{1/2} \qquad (2.70)$$

La valeur de α_{LL} est donnée par l'équation (1.80) écrite pour l'espèce lourde. Puisque α_{LL} dépend de la fréquence de collision et que cette dernière varie comme n_L, le nombre de Mach terminal $M_{\parallel L\infty}$ varie comme $n_L^{0,5}$, avec la restriction que le mélange initial contienne plus de 50 % de l'espèce lourde.

En ce qui concerne le gaz léger, des équations semblables peuvent être écrites mais du fait que le rapport des masses est supposé

grand,les développements conduisent dans cette même région à

$$y_\ell^{(o)} = z_\ell^{(o)}$$

$$\frac{dy_\ell^{(o)}}{dx} + \frac{y_\ell^{(o)}}{x} = 0 \qquad (2.71)$$

$y_\ell^{(o)}$ varie donc comme x^{-1}. La température longitudinale de l'espèce légère continue à décroître alors que celle de l'espèce lourde a déjà atteint sa valeur limite. COOPER [28] a montré que pour l'espèce légère, il y a gelage de la température longitudinale à une distance plus grande, et que la valeur limite atteinte s'écrit alors

$$T'_{//\ell\infty} = 0{,}75\left[\alpha_{L\ell}\left(\frac{2\,C_{\ell\ell}}{C_{L\ell}}\right)^{1/2} + 2\right]^{-1} = 0{,}75\,(\alpha_{\ell\ell} + 2\,\alpha_{\ell L})^{-1}$$

d'où

$$M_{//\ell\infty} = 1{,}79\,(\alpha_{\ell\ell} + 2\,\alpha_{\ell L})^{1/2} \qquad (2.72)$$

Les variations des températures longitudinale et transversale des deux espèces sont représentées sur la figure 66 pour un cas quelconque. Il est important de noter qu'il y a un fort couplage entre les deux espèces dans la région de détente isentropique, mais qu'après le début de la transition de l'espèce lourde, chaque espèce a un comportement identique à celui d'un gaz pur.

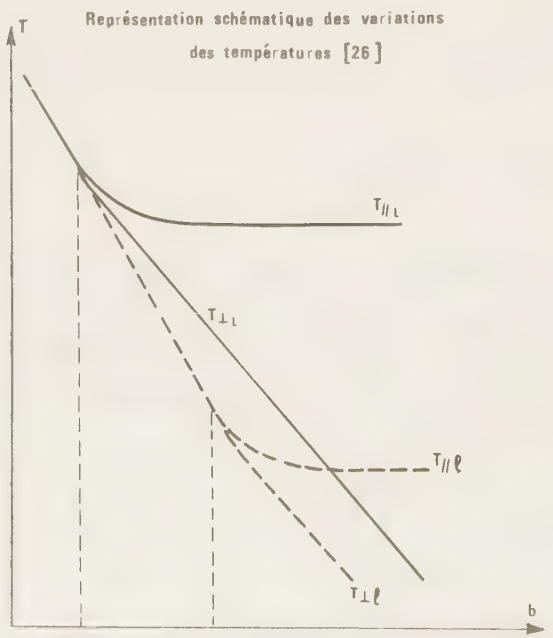


Figure 66

2.4. ——— ETUDE EXPERIMENTALE.

2.4.1. ——— MODE OPERATOIRE.

Nous avons étudié des mélanges binaires divers de gaz, de masses moléculaires différentes, en utilisant le système de production de faisceaux moléculaires supersoniques à symétrie plane décrit dans la première partie. Nous étudions plus particulièrement les mélanges Ar - He.

La section efficace d'ionisation de l'argon étant plus grande que celle de l'hélium, la jauge à ionisation utilisée comme système de détection du faisceau nous a permis de faire l'étude de l'argon dans le mélange, puisqu'elle est environ huit fois plus sensible à l'argon qu'à l'hélium. Cependant des corrections doivent être apportées lorsque la proportion d'hélium dans le faisceau final devient importante. La bonne sélectivité de la jauge à ionisation a été vérifiée en utilisant un spectromètre de masse (à déviation magnétique) que nous avons du placer à 150 cm de la sortie du collimateur, ce qui a restreint l'étude.

Les mélanges de proportions différentes sont obtenus soit en dosant les deux gaz dans un mélangeur, soit en utilisant une pompe doseuse Wosthoff de débit maximum 37 ℓ/h. Chaque mélange est détendu dans un ballon avant son utilisation.

2.4.2. ——— RESULTATS EXPERIMENTAUX.

2.4.2.1. ——— *VARIATIONS DE L'INTENSITE DU FAISCEAU D'ARGON EN FONCTION DES DIVERS PARAMETRES.*

Nous avons fait l'étude comparative des intensités de l'argon dans le faisceau final pour des proportions d'argon dans le mélange initial variant de 100 à 3 % (f_o). L'intensité varie non seulement avec f_o mais encore avec les mêmes paramètres que pour le gaz pur, à savoir : la distance buse-éplucheur b et les pressions totales en amont et en aval de la buse p_o et p_1. La figure 67 donne les va-

riations de l'intensité $I = f(b)_{p_o}$ pour un mélange initial à 50 %

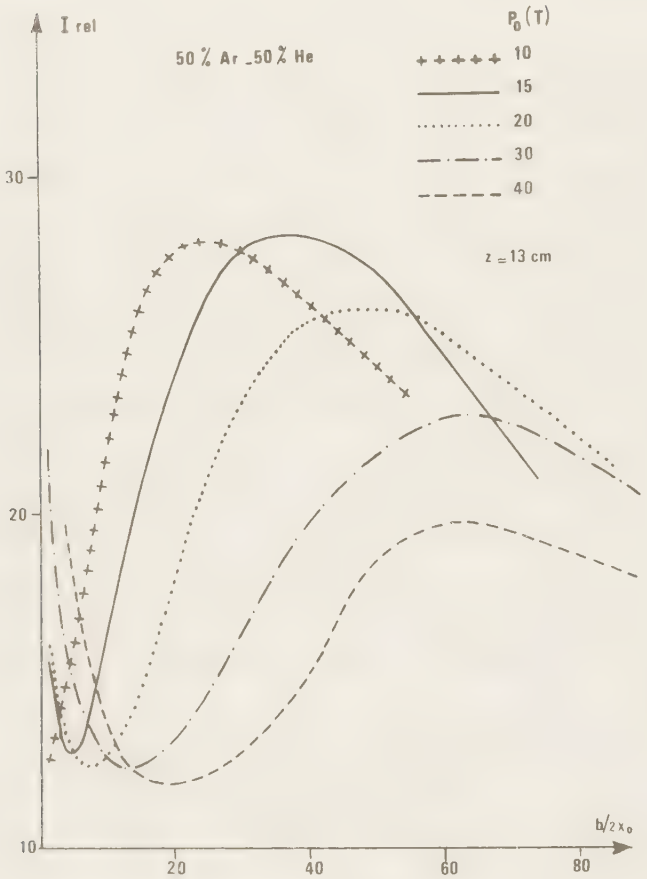


Figure 67

d'argon. L'allure générale de ces courbes est celle obtenue pour les gaz purs, à savoir : existence d'un minimum, d'un maximum et d'un maximum maximorum d'intensité.

2.4.2.1.1.— Position des minima et nombres de Mach.

Pour des mélanges contenant plus de 50 % d'argon, nous avons comparé les nombres de Mach terminaux de l'argon ($M_{\parallel L\infty}$) calculés d'après la théorie cinétique étendue aux mélanges de gaz (paragraphe 2.3) à ceux déterminés en admettant qu'il y a gelage du nombre de Mach au minimum des courbes expérimentales $I = f(b)_{p_o}$.

D'après l'équation (1.80) le paramètre α_{LL} s'écrit

$$\alpha_{LL} = \sqrt{\bar{\gamma}} \left(\frac{2}{\bar{\gamma}+1}\right)^{\frac{\bar{\gamma}+1}{2(\bar{\gamma}-1)}} \frac{b^*}{\sqrt{\frac{kT_o}{m_L}}} \quad \frac{8\sqrt{2}}{15} \; \Theta_{LL}^{-1} \tag{2.73}$$

La fréquence de collision Θ_{LL}^{-1} s'écrit

$$\Theta_{LLmel.}^{-1} = \frac{2kT_o}{\pi m_L} \sqrt{2}\, n_L\, \pi\, \sigma_{LL}^2\, \Omega^{(2,2)*}(T^*) = f_o\, \Theta_{LLpur}^{-1} \tag{2.74}$$

L'équation (2.70) s'écrit alors

$$M_{\parallel L\infty} = 1{,}79\, \alpha_{LL}^{0,5} = M_{\parallel Lpur}\, f_o^{0,5} = 2\, p_o^{0,5}\ (\text{torr})\, f_o^{0,5} \tag{2.75}$$

Nous donnons, tableau X, les nombres de Mach calculés à partir de l'équation (2.75) pour différentes valeurs de f_o et nous les comparons aux nombres de Mach M_t déterminés à l'aide de la courbe de la figure 10. La bonne concordance entre ces valeurs nous permet de considérer que le nombre de Mach de l'argon dans le faisceau a atteint, comme pour un faisceau d'argon pur, sa limite au minimum de la courbe I = f(b). Lorsque f_o diminue, il faut tenir compte du fait que l'intensité détectée contient une quantité non négligeable d'hélium.

Tableau X

p_o(torr)	$f_o = 0{,}9$		$f_o = 0{,}7$		$f_o = 0{,}5$	
	$M_{\parallel\infty}$	M_t	$M_{\parallel\infty}$	M_t	$M_{\parallel\infty}$	M_t
20	8,5	6,9	7,5	6,6	6,3	5,7
30	10,4	9,2	9,15	8,6	7,75	7,3
40	12	11,7	10,6	10,2	8,95	9
50	13,4	13,6	11,8	12	10	10,5

La figure 68 donne les variations du nombre de Mach déterminé, pour différents f_o, à partir de la position des minima des courbes expérimentales, en fonction de $p_o 2x_o$. Nous avons fait figurer les courbes pour f_o inférieur à 0,5, bien que les erreurs sur la détermination du nombre de Mach soient importantes et croissent quand f_o diminue. Ces courbes sont moins rectilignes que pour les gaz purs et de plus sont toutes situées entre celle de l'argon pur et celle de l'hélium pur. Ces constatations ont également été faites par d'autres auteurs |30| |92|.

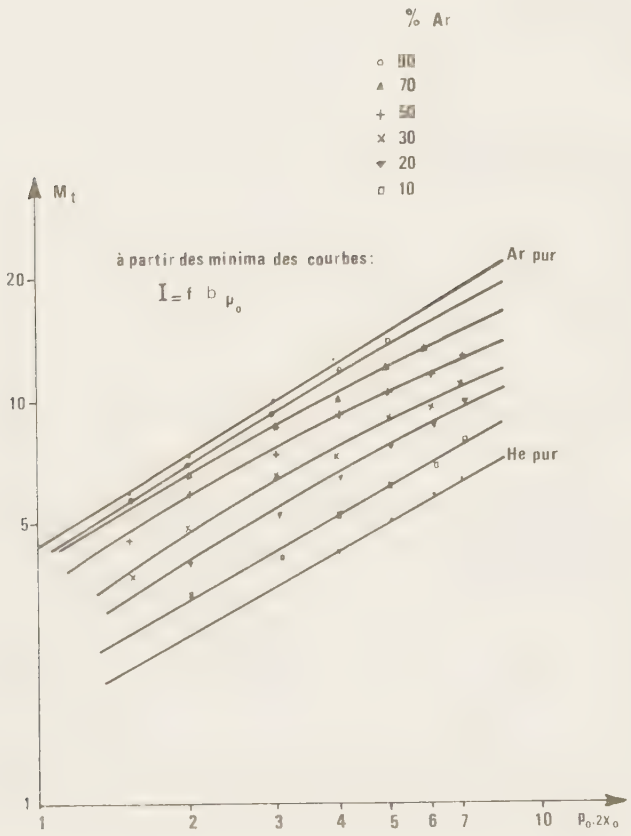


Figure 68

2.4.2.1.2. — Etude du maximum d'intensité.

Pour chaque valeur de f_o, l'intensité $I = f(b)_{p_o}$ passe par un maximum pour les mêmes raisons que pour le gaz pur : diminution de l'action de l'éplucheur et atténuation due à la pression p_1. Lorsque f_o diminue il y a un gain en intensité G important par rapport

à l'intensité obtenue pour l'argon pur. La figure 69 représente la variation de G en fonction de f_o. Pour une certaine valeur de f_o

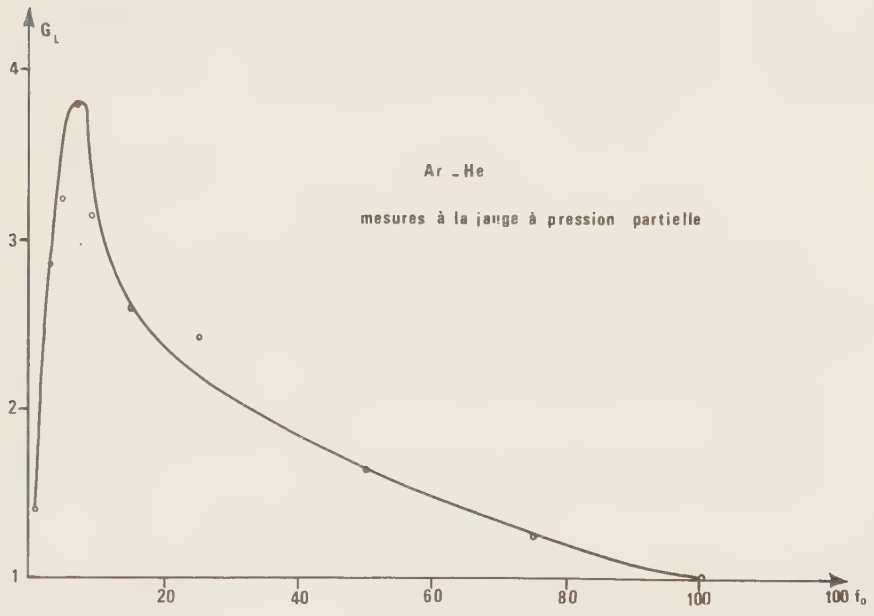


Figure 69

(0,08 environ) ce gain passe par un maximum. Ce fait a été aussi signalé par VALLEAU et DECKERS [89]. Nous étudions plus loin l'influence du rapport des masses des composants du mélange sur la valeur de G.

Les maxima d'intensité se déplacent vers les faibles valeurs de b quand f_o diminue. Nous avons représenté cette variation pour deux valeurs de p_o sur la figure 70. Ce déplacement peut s'expliquer par le fait que la pression p_1 augmente quand la quantité d'hélium dans le mélange initial augmente, les différentes vitesses de pompage étant alors réduites. Nous pensons donc que l'expression de l'intensité donnée par l'équation (1.69) reste valable

dans le cas des mélanges. Néanmoins la composition du gaz résiduel

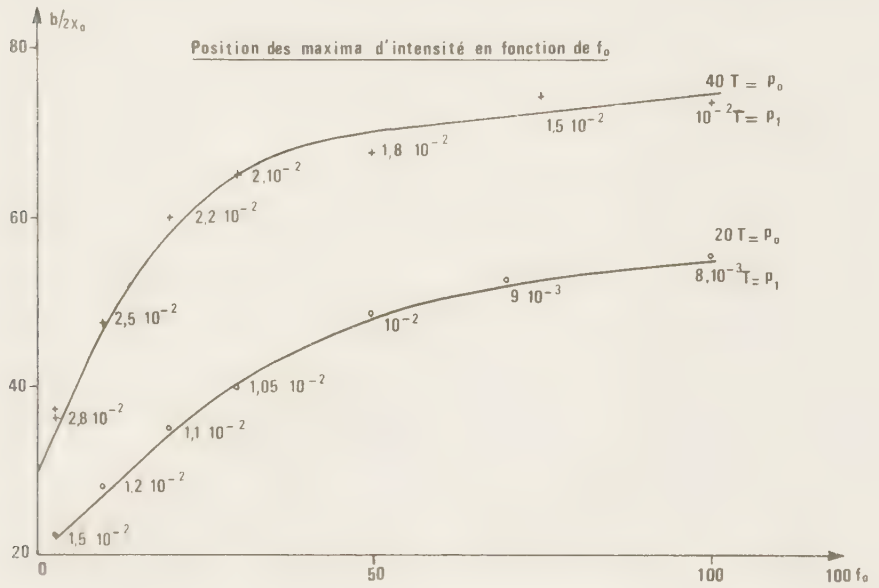


Figure 70

dans la chambre de détente nous étant inconnue nous n'avons pas pu la vérifier dans ce cas.

ETUDE DE L'EFFET DE SEPARATION.

Définissons le facteur d'enrichissement N_L comme étant le rapport des quantités d'argon f_3 dans le faisceau final et f_o dans le mélange initial.

$$N_L = \frac{f_3}{f_o} \tag{2.76}$$

Et le facteur de séparation S comme étant le rapport entre les quantités d'argon et d'hélium dans le mélange initial et dans le faisceau final.

$$S = \frac{f_3}{(1-f_3)} \frac{(1-f_o)}{f_o} \tag{2.77}$$

La séparation est dite positive si S > 1 (enrichissement en composant lourd sur l'axe) est négative si S < 1 (enrichissement en composant léger sur l'axe).

Dans ce qui suit, nous appliquons au mélange Ar - He la théorie des gradients de pression exposée au paragraphe 2.2.1.2, puis nous comparons la séparation ainsi obtenue à nos résultats expérimentaux.

2.4.2.2.1. — *Effet de séparation théorique par gradient de pression.*

La figure 65 représente la variation de $f^{(1)} \frac{Re_o}{EC}$ avec $\frac{b}{2x_o}$ où $f^{(1)} = f_3 - f_o$. Les équations (2.17) et (2.31) conduisent à l'expression de $\frac{EC}{Re_o}$

$$\frac{EC}{Re_o} = \frac{C\, f_o(1-f_o)}{2x_o\ a_o} D_{L\ell} \left[\frac{m_L - m_\ell}{\bar{m}} \frac{\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}-1} - \delta \right] \qquad (2.78)$$

Remarques sur les facteurs δ et $D_{L\ell}$:

- le rapport de diffusion thermique k_T et le facteur de diffusion thermique δ (ce dernier est indépendant de la concentration) sont donnés dans la littérature |26|, |76|. Pour les mélanges Ar - He, δ vaut 0,37. Un calcul simple montre que δ est négligeable devant le terme $\frac{m_L - m_\ell}{\bar{m}} \frac{\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}-1}$. L'erreur sur $\frac{EC}{Re_o}$ est alors toujours inférieure à 10 % ;

- suivant que l'on considère que les molécules ont un potentiel intermoléculaire en r^{-5} ou du type Lennard-Jones, le facteur de diffusion mutuelle $D_{L\ell}$ a une valeur théorique différente. La première approximation, obtenue à partir des équations de Boltzmann, considère que $(D_{L\ell})_1$ est indépendant de f_o. La deuxième approximation conduit à une expression de $(D_{L\ell})_2$ très compliquée et variant

avec f_o. Le rapport entre $(D_{L\ell})_1$ et $(D_{L\ell})_2$ est de un pour les molécules maxwelliennes et égal à 1,083 pour des sphères rigides. La variation avec la composition du mélange est au plus de 8 % |76|. D'autre part, quelque soit le type de potentiel choisi $D_{L\ell}$ est toujours inversement proportionnel à la pression du gaz. La variation avec la température est de la forme

$$\frac{\alpha[\text{Log } (D_{L\ell})_1]}{d(\text{Log } T)} = 2 - \frac{5}{2} C$$

C = 0 pour les molécules maxwelliennes et $\frac{1}{5}$ pour les sphères rigides. Il s'ensuit que pour un potentiel en r^{-s}, $D_{L\ell}$ varie comme $T^{1+\alpha}$ avec $\alpha = \frac{1}{2} + \frac{2}{s-1}$. Dans la première approximation $(D_{L\ell})_1$ s'écrit

$$(D_{L\ell})_1 = \frac{3}{8\, n_o\, \sigma_{L\ell}^2}\ k\, T_o \left[\frac{m_L + m_\ell}{2\pi\, m_L\, m_\ell}\right]^{1/2} \qquad (2.79)$$

et sa valeur pour Ar - He dans les conditions normales de température et de pression est 0,755 $cm^2\ s^{-1}$. A la pression p_o

$$(D_{L\ell})_1 = 57{,}5\ (p_o(\text{torr}))^{-1}\ cm^2\ s^{-1} \qquad (2.80)$$

L'équation (2.78) s'écrit alors

$$\frac{EC}{Re_o} = \frac{C\, f_o(1-f_o)}{\sqrt{RT_o}}\ \frac{m_L - m_\ell}{\sqrt{\bar{m}}}\ \frac{\sqrt{\gamma}}{\gamma-1}\ \frac{1}{2x_o}\ \frac{57{,}5}{p_o(\text{torr})} \qquad (2.81)$$

Nous prenons C égal à 1.

De la courbe de la figure 65 et de l'équation (2.81), il résulte que :

$f_3 - f_o$ et par conséquent le facteur de séparation augmente,

pour une valeur donnée de f_o, lorsque p_o ou Re_o diminue ;

f_3-f_o et par conséquent S augmente pour une valeur de p_o, quand f_o diminue.

Le tableau XI donne, pour deux valeurs de p_o, quelques valeurs théoriques de S.

Tableau XI

p_o	20 torr	40 torr
f_o	S	S
0,50	2,5	1,2
0,20	2,6	1,7
0,05	4,9	1,9

2.4.2.2.2. — *Etude de la variation expérimentale avec la distance b, de l'effet de separation dans la chambre 3.*

La figure 71 représente les variations du facteur de séparation S, calculé à partir de la relation (2.77), avec la distance b pour différentes valeurs de p_o et pour un mélange initial contenant 50 % d'argon. Le facteur de séparation S passe, comme l'intensité (figure 67), par un maximum et un maximum maximorum. Ce dernier apparaît pour la même pression p_o pour l'intensité et pour S. Par contre, les positions des maxima apparaissent à des distances b plus petites pour S que pour I.

La séparation est toujours positive dans le domaine des distances b explorées. Aux grandes distances b, nous ne pouvons pas affirmer qu'il n'y a pas de séparation négative aux grandes

pressions p_o |80| au delà du disque de Mach |8|.

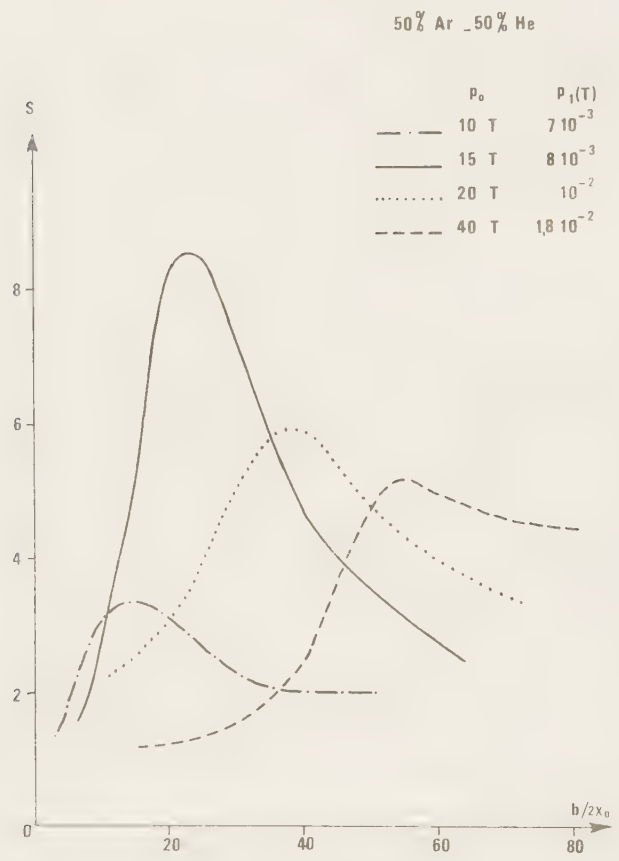


Figure 71

Les résultats expérimentaux sont en désaccord avec la séparation théorique due au mécanisme de gradients de pression dans le flux continu (paragraphe 2.2.1) prévoyant que la séparation est achevée au delà d'une valeur de $b/2x_o$ de l'ordre de 4. Pour expliquer les résultats expérimentaux il faut donc faire appel à d'autres mécanismes (paragraphe 2.2.2). En particulier, nous pensons que le maximum de S est du à à la diffusion ordinaire.

Les figures 72 et 73 montrent que, suivant les conditions de pression et de concentration dans le mélange initial, les courbes expérimentales sont plus ou moins éloignées des courbes théoriques. Plusieurs chercheurs |56|, |83|, |85|, |90| ont également constaté qu'en régime moléculaire les séparations obtenues expérimentalement sont supérieures à celles prévues par la théorie de Sherman.

Figure 72

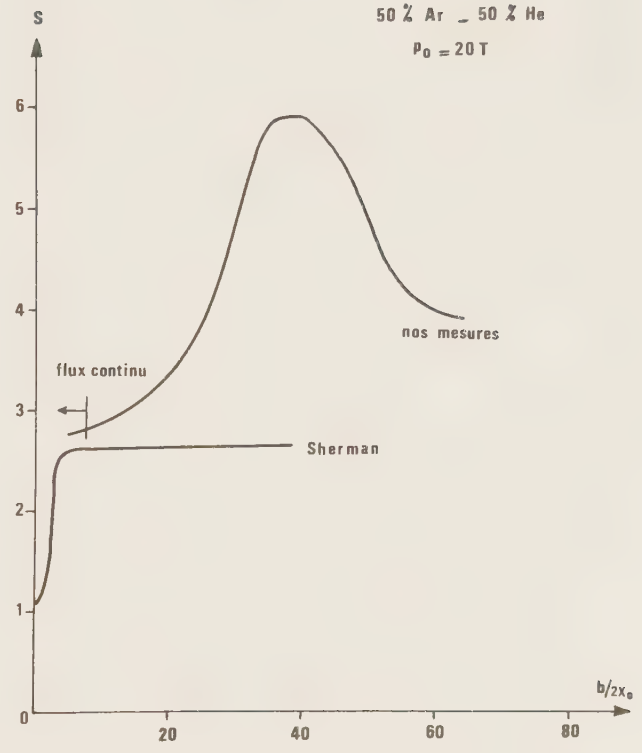


Figure 73

4.2.3.3. — *Etude de la variation expérimentale de l'effet de séparation avec f_o.*

Les figures 74 et 75 représentent les variations du facteur de séparation S en fonction de b pour diverses valeurs de f_o, pour deux pressions p_o (20 et 40 torr). Nous constatons dans les deux cas que, quand f_o diminue, S augmente et son maximum se déplace vers les faibles valeurs de b. Le déplacement se fait dans le même sens que celui du maximum d'intensité et nous pensons qu'il est dû au fait que pour une pression p_o donnée, la pression p_1 augmente quand f_o diminue, à cause de la variation de vitesse de pompage suivant la quantité d'hélium dans le mélange. Ces considérations confirment le fait que les maxima de l'effet de séparation sont dus, comme ceux de l'intensité, à l'action plus ou moins grande des collisions des molécules du faisceau avec les molécules résiduelles des différentes chambres.

La figure 76 montre la variation du facteur d'enrichissement en fonction de f_o, aux conditions optimales d'intensité dans tous les cas, et la figure 77 représente la variation de f_3 en fonction de f_o, dans les mêmes conditions. Nous avons porté sur ces courbes des points expérimentaux obtenus à partir de mesures faites d'une part avec la jauge à ionisation, d'autre part avec le spectromètre de masse. Tous ces points se situent sur la même courbe, bien que les deux systèmes de détection aient été placés à des distances très différentes de la sortie du collimateur (13 cm pour la jauge et 150 cm pour le spectromètre). Ceci semble montrer qu'il n'y a pas d'effets de séparation après le collimateur, où le régime est purement moléculaire.

4.2.3.4. — *Influence des pressions p_o et p_1 sur l'effet de séparation.*

Sur les figures 78a et 78b, nous avons comparé les variations expérimentales et théoriques de f_3-f_o avec Re_o^{-1}. Aux grandes valeurs de Re_o les valeurs expérimentales de f_3-f_o sont nettement

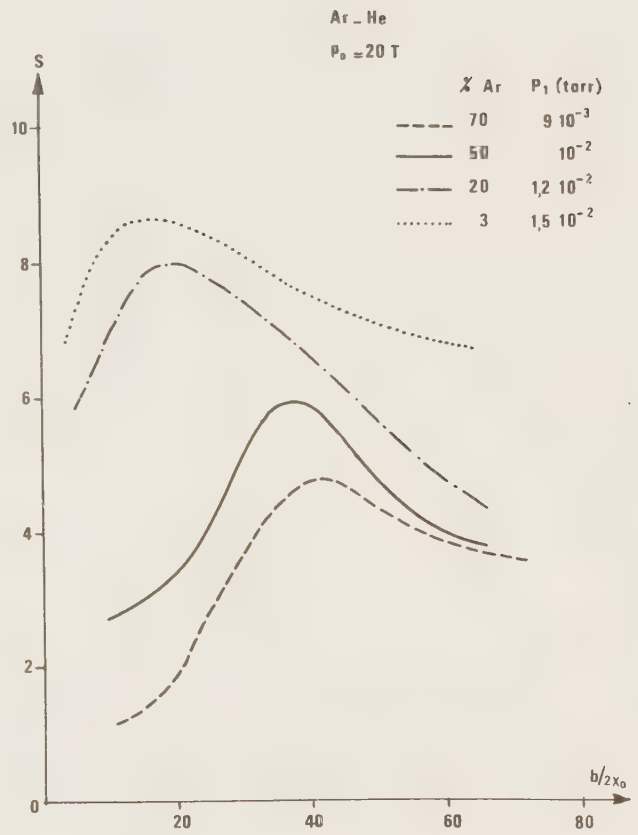


Figure 74

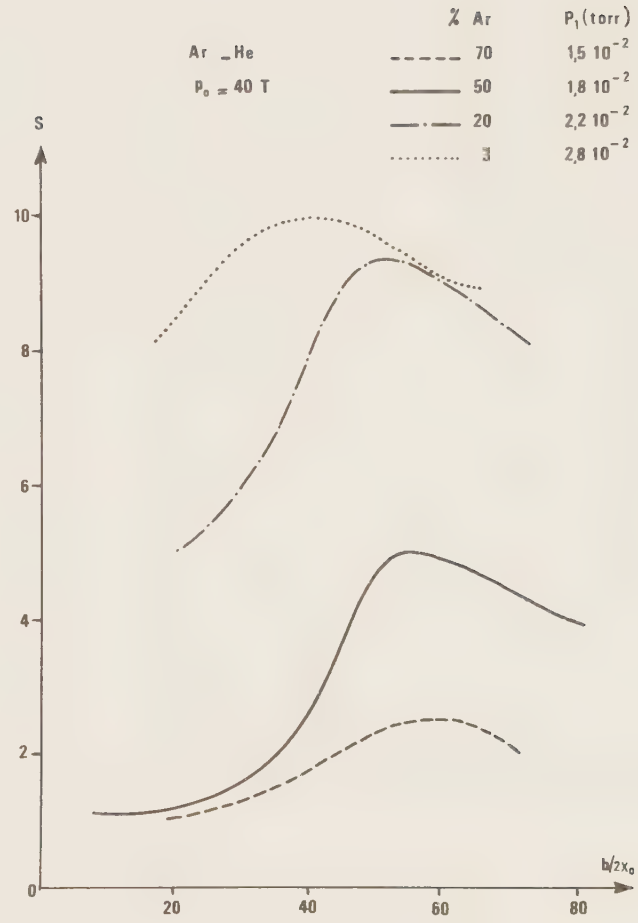


Figure 75

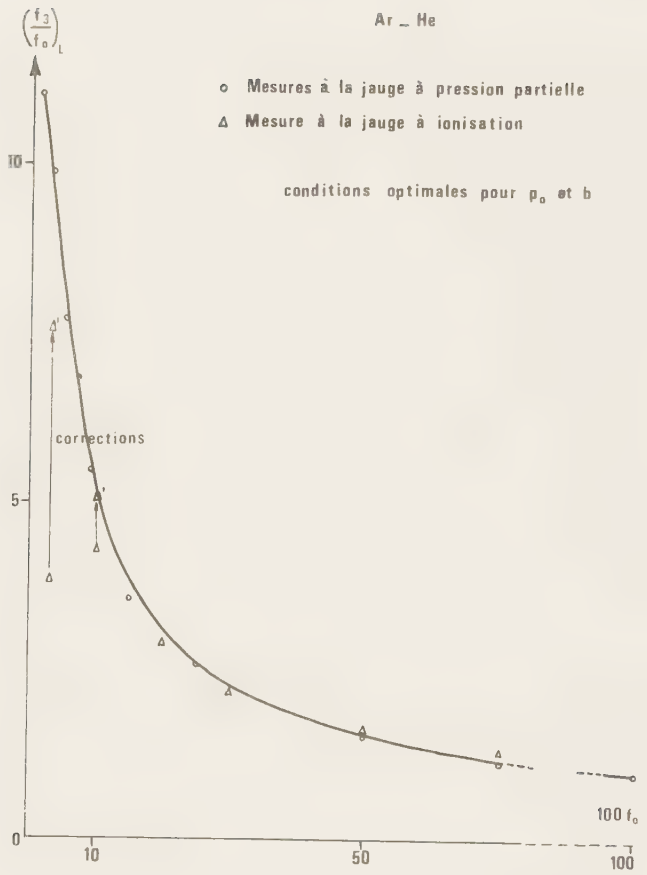


Figure 76

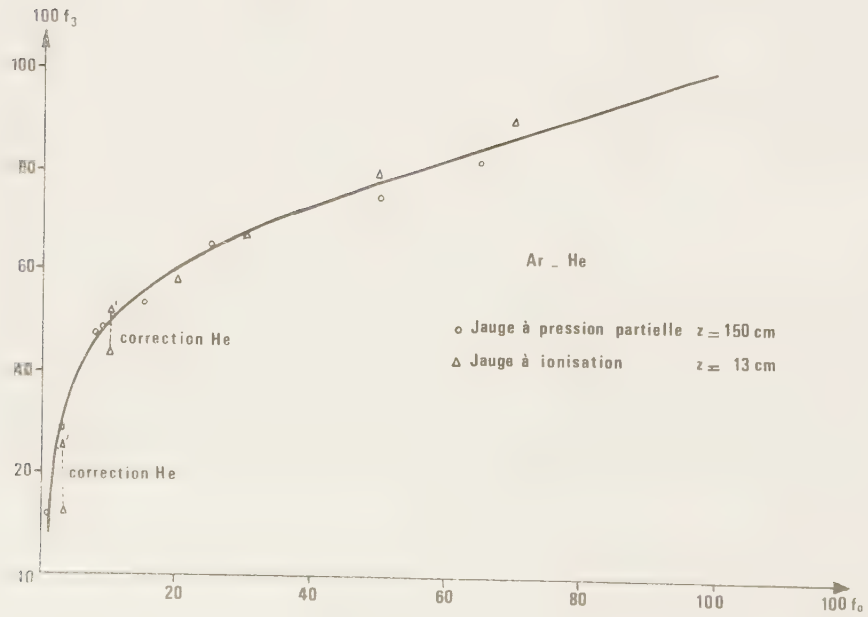


Figure 77

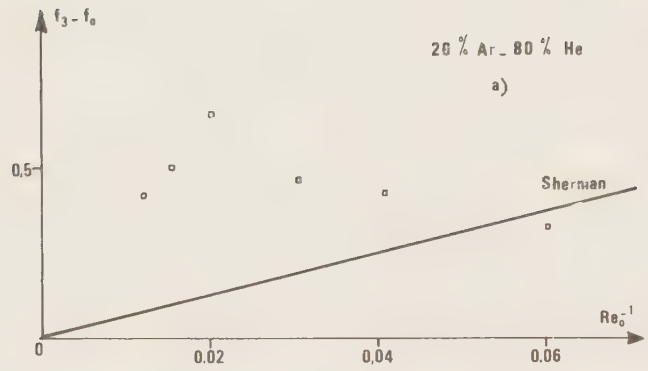


Figure 78a

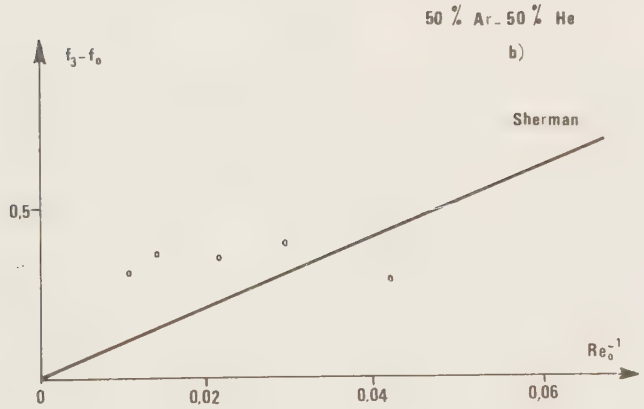


Figure 78b

supérieures aux valeurs prévues théoriquement par Sherman. Par contre aux plus petites valeurs de Re_0, elles approchent les valeurs théoriques, ce qui se produit pour une valeur de Re_0 voisine de 17 pour la valeur de f_0 égale à 0,2 et voisine de 30 pour 0,5. D'autres chercheurs |78|, |83|, |85| ont également signalé qu'aux nombres de Reynolds relativement petits, les séparations expérimentales et théoriques sont voisines.

En ce qui concerne le rapport de détente p_0/p_1, il semble qu'il y ait, quelle que soit la valeur de f_0, un maximum de l'effet de séparation pour un rapport de détente de l'ordre de 1 700. Nous n'exprimerons pas quantitativement l'atténuation due à la pression p_1, n'ayant pas étudié la composition du gaz résiduel de la chambre de détente.

2.4.2.2.5. — Influence du rapport des masses des deux composants.

Pour étudier l'influence du rapport des masses des deux composants des mélanges, nous avons utilisé divers mélanges : Ar-H_2, CO_2-He, Ar-He et CH_4-He. Nous avons représenté sur la figure 79 la variation du gain en intensité G_L du composant lourd en fonction de f_0. Pour chaque valeur de f_0, nous avons considéré les intensités dans les conditions optimales. Nous consta-

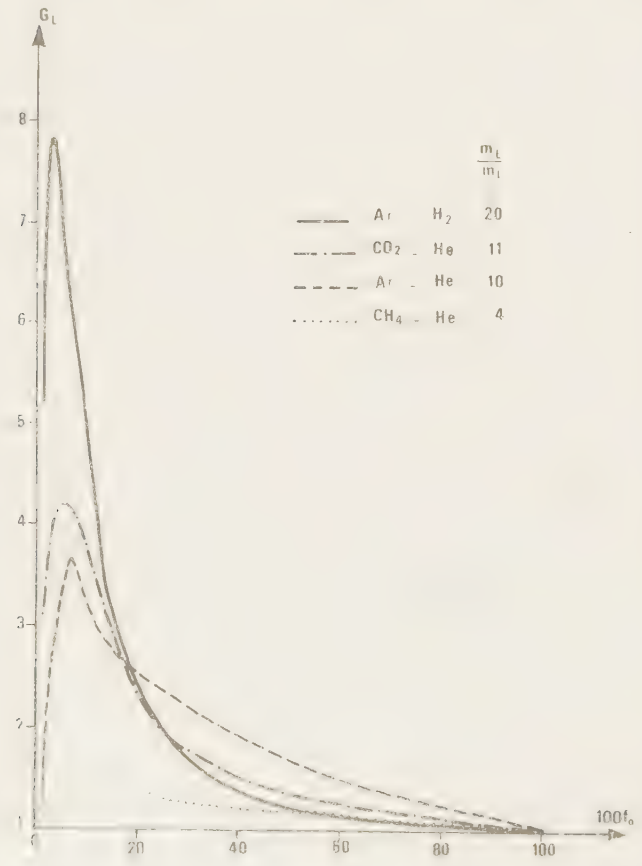


Figure 79

tons que le maximum du gain en intensité varie comme m_L/m_ℓ avec une bonne approximation (tableau XII).

Tableau XII

$\frac{m_L}{m_\ell}$	20		11		10		4
		1,82		1,1		2,5	
G_L	7,8		4,2		3,7		1,5
		1,86		1,13		2,46	

On constate, d'autre part, que le gain maximum en intensité se produit à des valeurs de f_o d'autant plus grandes que le rapport des masses est plus petit.

La figure 80 donne, comme exemple, la variation du facteur de séparation en fonction de $\frac{b}{2x_o}$ pour les mélanges CH_4-He. Nous constatons que l'allure générale des courbes de S est identique à celle des courbes de la figure 74 et les mêmes remarques peuvent être faites en ce qui concerne les maxima de S. Nous avons comparé sur la figure 81 le facteur de séparation de Ar-He et CH_4-He à même f_o et même p_o et à des valeurs voisines de p_1. Le facteur de séparation semble varier comme le rapport des masses mais cette comparaison est rendue difficile du fait, dans le cas de CH_4-He, d'une valeur de p_1 légèrement supérieure qui déplace le maximum de S et l'atténue. La figure 82 donne un exemple

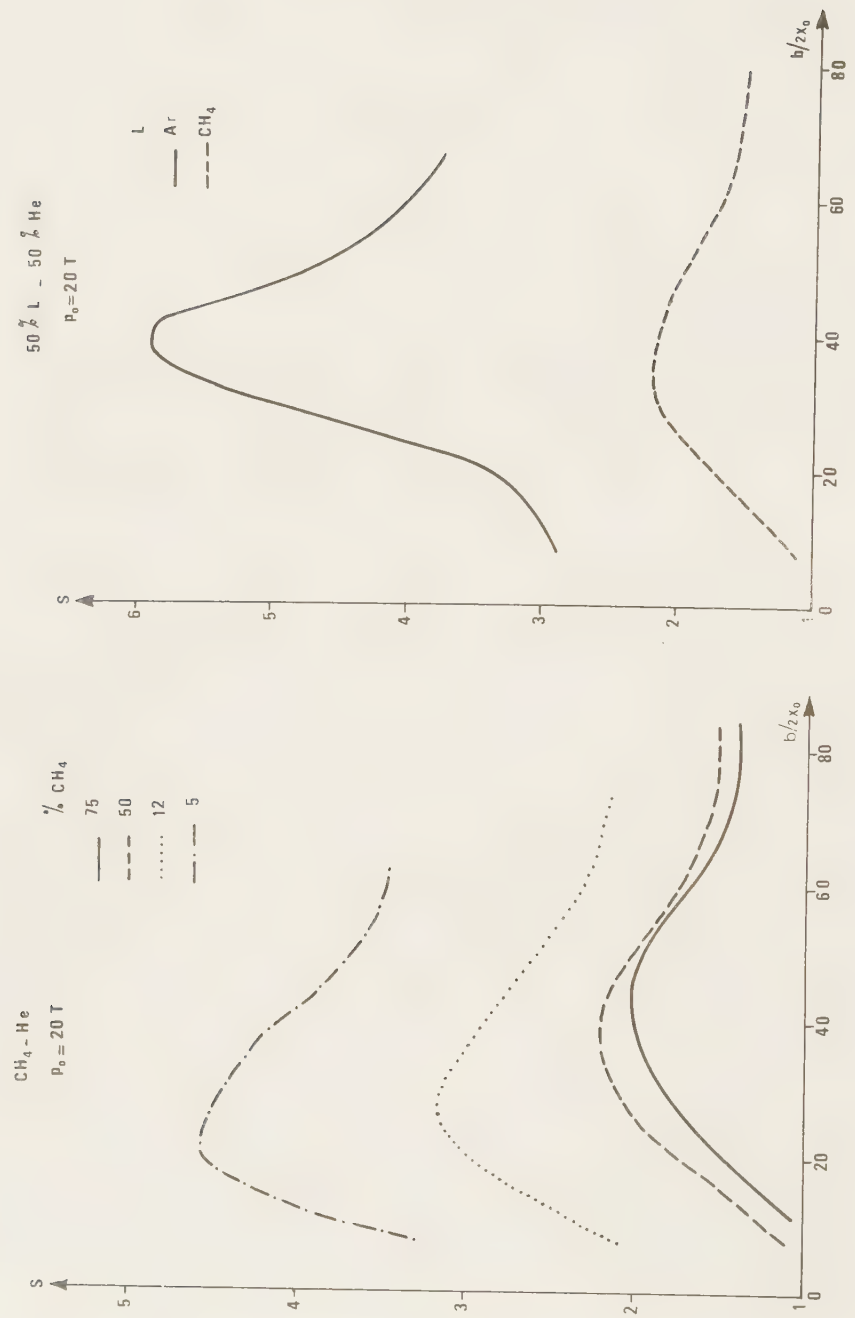


Figure 80

Figure 81

de l'influence de la pression p_1 sur le facteur de séparation pour

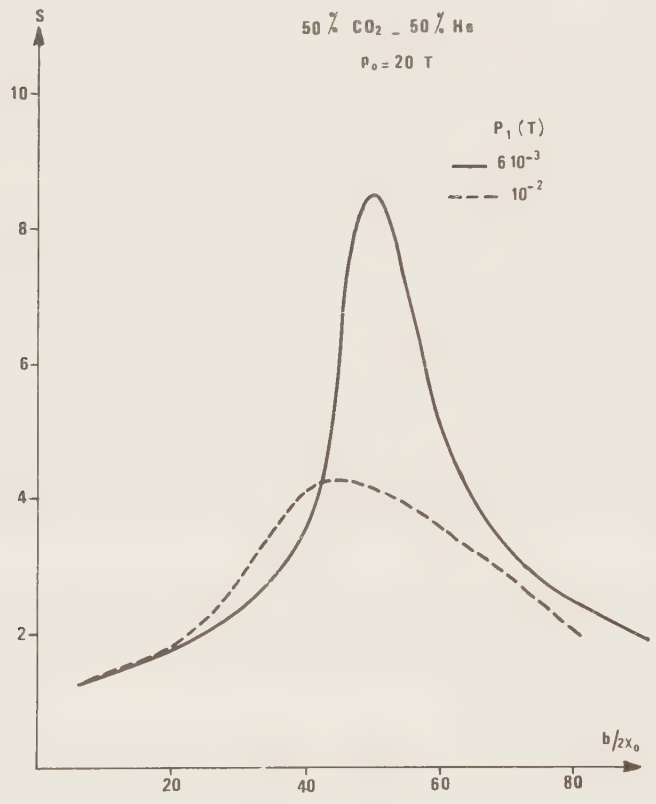


Figure 82

un mélange CO_2-He étudié à deux pressions p_1 en abaissant celle-ci à l'aide d'un piège à air liquide situé dans la chambre de détente.

Cette influence de la pression p_1 sur S ne nous a pas permis de faire une étude complète du facteur de séparation en fonction du rapport des masses.

2.5. ——— VITESSES DE L'ARGON DANS LES MELANGES.

2.5.1. ——— VITESSE LA PLUS PROBABLE.

Nous avons étudié, par la méthode des temps de vol décrite au paragraphe 1.7.3, les distributions des vitesses de l'argon dans des faisceaux produits par détente de mélanges Ar-He et Ar-H_2. La jauge à ionisation utilisée comme détecteur est environ huit fois plus sensible à l'argon qu'à l'hélium et deux fois et demie plus sensible à l'argon qu'à l'hydrogène. De plus, le faisceau est enrichi en argon sur l'axe ; nous pouvons donc considérer que les résultats obtenus avec les mélanges Ar-He rendent tout à fait compte des distributions de vitesses de l'argon. Pour les mélanges Ar-H_2, sauf pour les grandes concentrations, les résultats risquent d'être entachés d'erreur. Les courbes des figures 83 et 84 représentent les distributions pour diverses concentrations en volume d'argon dans le mélange à pression p_o constante et égale à 20 torr.

Sur les figures 85 et 86, nous avons donné les courbes de variation de la vitesse v_p de l'argon pour les diverses compositions des mélanges initiaux.

Nous avons donné dans le tableau XIII, les vitesses les plus probables et les largeurs à mi-hauteur $\Delta v_{I/2}$ des distributions pour diverses concentrations en argon et diverses pressions p_o. On constate que, pour les plus grandes concentrations, v_p n'augmente pas avec la pression mais que par contre $\Delta v_{I/2}$ augmente. Ceci prouve que pour ces concentrations, lorsque p_o croît, l'interaction éplucheur-faisceau et l'influence de la pression p_1 augmentent.

Quelles que soient p_o et la concentration en argon, les vitesses sont inférieures à celles prévues par la théorie.

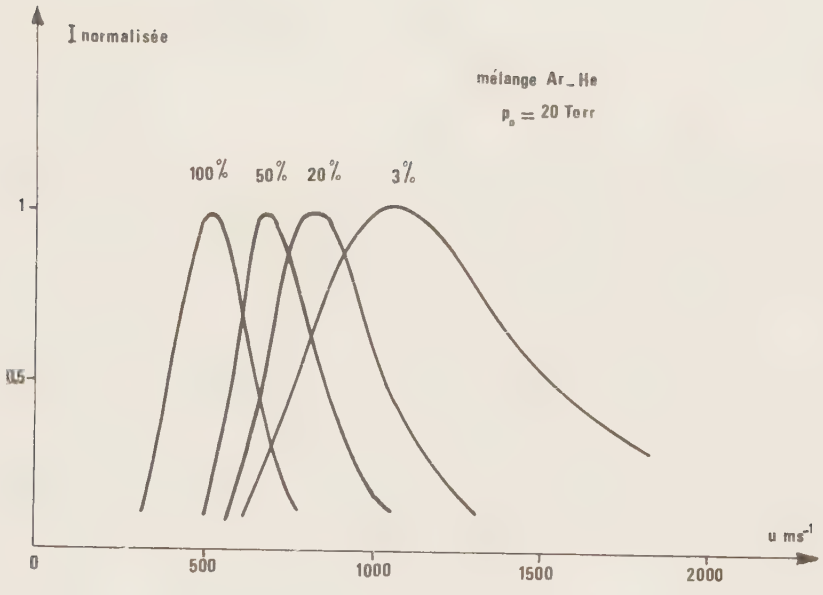


Figure 83

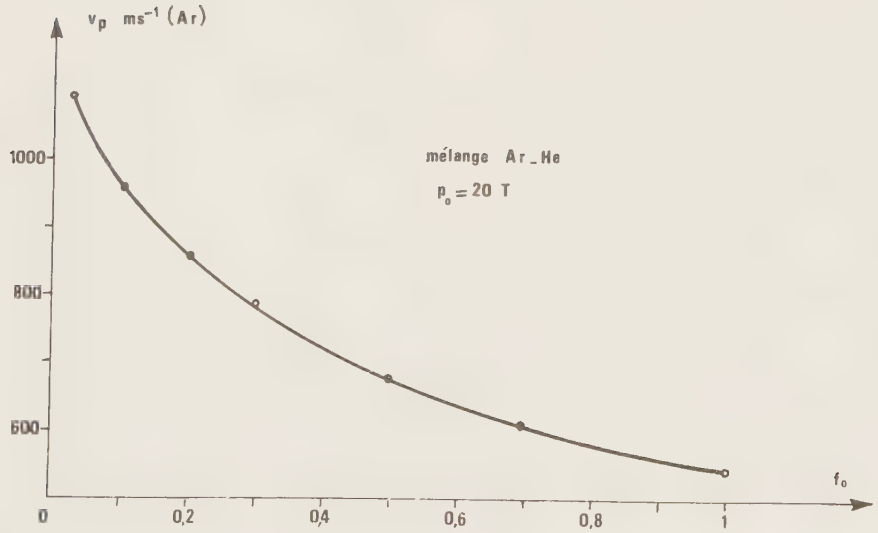


Figure 84

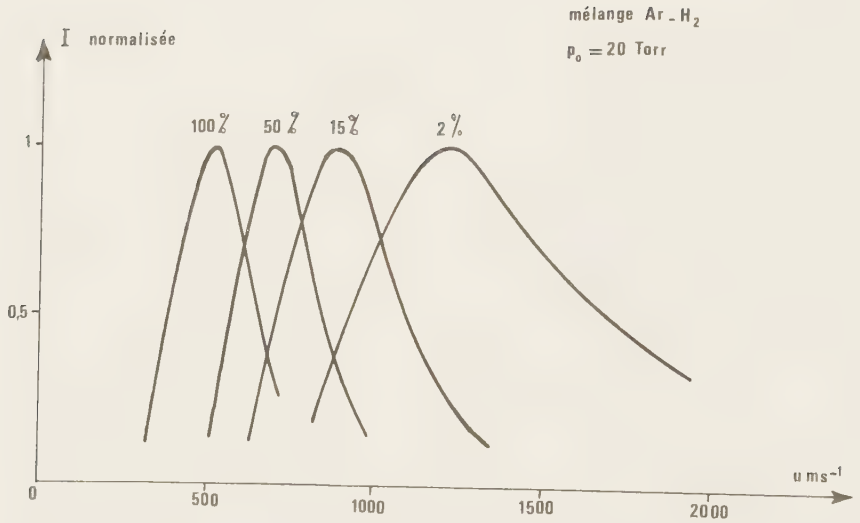


Figure 85

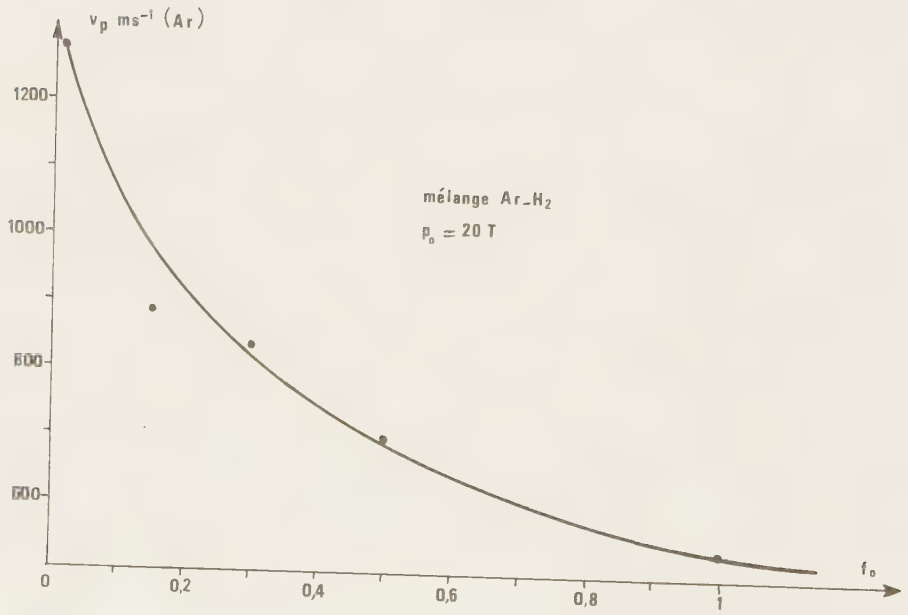


Figure 86

Tableau XIII

Ar - He				Ar - H_2			
% Ar	p_o (torr)	v_p m s^{-1}	$\Delta v_{I/2}$ m s^{-1}	% Ar	p_o (torr)	v_p m s^{-1}	$\Delta v_{I/2}$ m s^{-1}
100	6	530	250	100	6	530	250
	20	530	268		20	530	268
70	10	640	210				
	20	610	275				
50	15	700	250	50	10	650	355
	20	675	290		20	700	280
30	20	780	295	30	15	800	405
					20	835	380
20	20	895	390	15	20	890	380
10	20	980	480	10	35	1050	450
	30	1000	510				
3	20	1090	770	5	40	1230	580
	40	1150	760				
				2	20	1280	758
					50	1430	790

2.5.2. ——— GLISSEMENT DES VITESSES DU COMPOSANT LOURD PAR RAPPORT A LA VITESSE DU MELANGE.

Nous pouvons déterminer les valeurs théoriques du glissement des vitesses à partir des calculs donnés au paragraphe 2.2.1.1. Nous introduisons dans les relations (2.44) et (2.81), comme l'ont fait ABUAF et coll. |50|, |93|, une grandeur ayant la dimension d'un nombre de Knudsen

$$Kn^{-1}_{gliss.} = \frac{\overline{m}}{m_L - m_\ell} \frac{2x_o}{(D_{L\ell})_1} \qquad (2.82)$$

L'expression (2.44) s'écrit alors

$$\frac{u_L}{v} = - \frac{C(1-f_o)}{\sqrt{k\ T_o}} \sqrt{\overline{\gamma}}\ \sqrt{m}\ \frac{dM}{db'} \left[1 + \frac{\overline{\gamma}-1}{2} M^2 \right]^{\frac{5-3\overline{\gamma}}{2(\overline{\gamma}-1)}} Kn_{gliss.} \qquad (2.83)$$

Nous avons pris $\frac{dM}{db'}$ égal à 1,35, valeur maximale de la pente de la courbe M = f(b') dans le flux continu à une distance b' égale à 2,6.

L'équation (2.83) s'écrit alors, pour $\overline{\gamma} = \frac{5}{3}$,

$$\frac{u_L}{v} = \frac{v_L - v}{v} = - 0{,}035\ (1 - f_o)\ \sqrt{m}\ Kn_{gliss.} \qquad (2.84)$$

Nous avons représenté sur la figure 87 d'une part la courbe de variation des valeurs théoriques de $\frac{v_L}{v}$, d'autre part par les points correspondant au rapport des vitesses les plus probables de l'argon obtenues à partir des distributions, aux vitesses les plus probables théoriques correspondantes des mélanges. Les points expérimentaux sont tous situés au dessous de la courbe théorique, montrant que le glissement est plus grand que prévu. Ceci peut provenir du fait que le faisceau est perturbé par l'éplucheur et

par les molécules du gaz résiduel dans la chambre de détente.

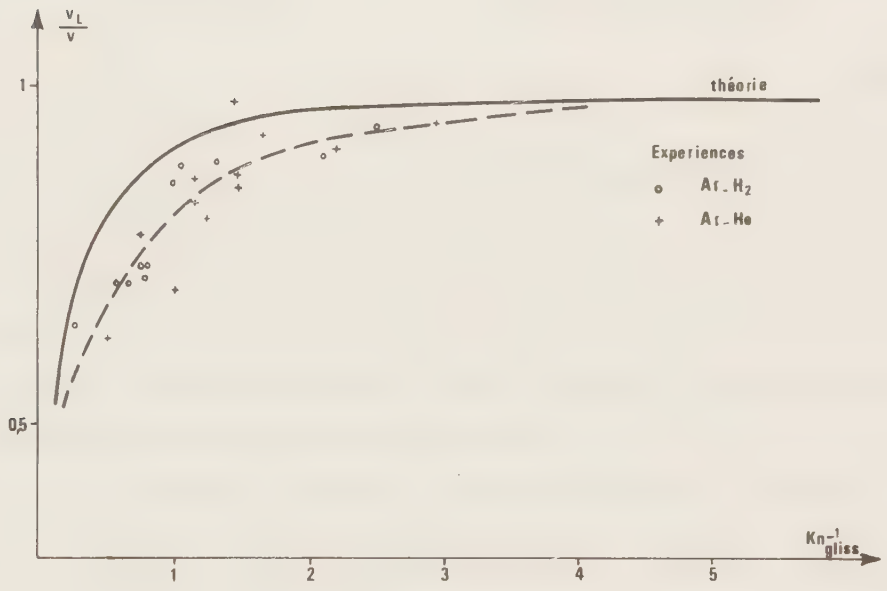


Figure 87

Plusieurs auteurs ont comparé les vitesses expérimentales avec les prévisions théoriques pour des faisceaux de révolution [30], [91], [94], [95]. Nos résultats sont comparables à ceux obtenus par ABUAF et coll. [30] dans la région des faibles nombres de Reynolds de buse. En effet, comme le signale ANDERSON [93], les hypothèses faites dans la théorie ne semblent plus valables dans ce cas. Puisque le glissement des vitesses est d'autant plus petit que Kn^{-1}_{gliss} est grand, il est intéressant d'augmenter celui-ci en augmentant la valeur de p_o.

Conclusion

Jusqu'à ce jour la plupart des études sur les faisceaux moléculaires supersoniques ont été faites avec des faisceaux à symétrie axiale. Quelques chercheurs |96| ont cité l'utilisation de fentes mais sans faire l'étude systématique du comportement du faisceau. L'originalité de ce travail consiste dans l'utilisation de trois éléments (buse, éplucheur et collimateur) en forme de fentes.

Nous avons conçu, projeté et mis au point un générateur de faisceau à symétrie plane |97| à |103| et un dispositif de temps de vol pour en étudier les vitesses. Le générateur de faisceau a été construit pour permettre des études en fonction des divers paramètres importants dans l'obtention des faisceaux moléculaires supersoniques : b distance buse-éplucheur, c distance éplucheur-collimateur, p_o pression en amont de la buse, p_1 pression dans la chambre de détente, p_2 pression dans la chambre de collimation et du rapport des chaleurs spécifiques γ. Ceci nous a permis l'étude :

- des intensités du faisceau. Nous avons montré l'influence particulièrement importante sur l'intensité, de l'interaction faisceau-éplucheur et de la pression p_1. Nous proposons une expression de l'intensité rendant compte de ces deux perturbations et prévoyant une intensité théorique variant de la même façon que les intensités expérimentales obtenues. Nous avons complété cette étude pour divers gaz tels que : He, H_2, N_2, O_2, CO_2, CH_4, C_2H_4, C_3H_8, C_4H_{10}. Les intensités obtenues, dans les conditions optimales sont en général plus élevées que celles obtenues par les autres chercheurs, malgré des pressions p_o plus faibles : 5.10^{18} mol.st^{-1} s^{-1} pour l'argon et 5.10^{19} mol.st^{-1} s^{-1} pour l'hydrogène ;

- des distributions de vitesse et du nombre de Mach.

L'interprétation des résultats expérimentaux a nécessité les développements originaux théoriques suivants, pour une symétrie plane :

- calcul du nombre de Mach à partir des courbes expérimentales de Bier et Schmidt ;
- application de l'anisotropie des températures dans la théorie cinétique.

Nous avons ainsi montré que dans le cas d'une détente à symétrie plane :

- il y a "gelage" du nombre de Mach à la fin d'une transition lente du flux continu en flux moléculaire ;
- ce "gelage" s'effectue au minimum des courbes $I = f(b)_{p_o}$;
- le nombre de Mach est perturbé par l'interaction faisceau-éplucheur et par la pression p_1.

De cette étude il résulte qu'il est nécessaire de poursuivre l'amélioration en diminuant la pression p_1 et en utilisant un éplucheur à lèvres plus minces.

L'étude des faisceaux moléculaires de gaz purs a été complétée par celles de mélanges binaires Ar-He, Ar-H_2, CO_2-He, CH_4-He. Nous avons étudié :

- l'influence de la composition du mélange sur l'intensité du gaz lourd et nous avons montré que le gain en intensité par rapport aux faisceaux de gaz purs varie comme le rapport des masses des composants du mélange. ;
- la variation du facteur de séparation des deux composants en fonction de la distance b, de la pression p_o, de la pression p_1, du rapport des masses des composants du mélange et de la composition du mélange. Ce facteur de séparation peut être très

important et est supérieur à la séparation prévue par la théorie de Sherman ;

- le glissement de la vitesse du composant lourd par rapport à la vitesse du mélange.

Ce dispositif original de production de faisceaux moléculaires supersoniques à symétrie plane de grandes intensités et de faible divergence est particulièrement intéressant pour permettre l'étude de sections efficaces de collision par faisceaux croisés ou pour des études par bombardement électronique. Nous avons déjà effectué, au laboratoire, des mesures de sections efficaces totales de collision, avec une chambre de collision,en fonction des vitesses du faisceau moléculaire. Nous pensons mettre à profit les avantages de la symétrie plane en utilisant la technique des faisceaux croisés. Ceci fera l'objet d'un travail ultérieur.

Bibliographie

1	KANTROWITZ A. et GREY J.	Rev. Sc. Instr., 1951, 22, 328.
2	BECKER E.W. et BIER K.	Naturforsch., 1954, 9a, 975.
3	KISTIAKOWSKY G.B. et SCHLICHTER W.P.	Rev. Sc. Instr., 1951, 22, 333.
4	OWEN P.L. et THORNHILL C.K.	Aeronaut. Research Council (G.B.) 1948, R et M n° 2616.
5	SHERMAN F.S.	Rarefied gas dynamics, ed. Laurmann J.A. Acad. Press, New York, 1963, vol. II, 228.
6	SHERMAN F.S.	Lockheed MSC Tech. Rept. Fluid Mechanics 1963, 6, 90.63.61.
7	FENN J.B. et DECKERS J.	Rarefied gas dynamics, ed. Laurmann J.A. Acad. Press, New York, 1963, vol. I, 497.
8	REIS V.H. et FENN J.B.	J. Chem. Phys., 1963, 39, 3240.
9	ANDERSON J.B., ANDRES R.P., FENN J.B. et MAISE G.	Rarefied gas dynamics, ed. de Leeuw J.H. Acad. Press, New York, 1966, vol. II, 106.
10	ASHKENAS H. et SHERMAN F.S.	Rarefied gas dynamics, ed. de Leeuw J.H. Acad. Press, New York, 1966, vol. II, 84.
11	BIER K. et SCHMIDT B.	Z. angew. phys., 1961, 13, 493.
12	DUPEYRAT C. et GIAT M.	C.R. Acad. Sc., 1970, 270, n° 24, 1626.
13	ADAMSON T.C. et NICHOLLS I.A.	J. Aerospace Sc., 1959, 2, 16.
14	ANDERSON J.B. et FENN J.B.	Phys. of Fluids, 1965, 8, n° 5, 780.
15	OMAN R.A., BOGAN A., WEISER C.H., LI C.H. et CALIA V.S.	Research report Grumman Aircraft Eng. Co, Report R E 166, 1963.
16	SHERMAN F.S.	Arch. Mech. Stos., 1964, 16, 471.
17	SHERMAN F.S.	Phys. Fluids, 1965, 8, 773.

18 BROOK J.W. et OMAN R.A. Rarefied gas dynamics, ed. de Leeuw J.H. Acad. Press, New York, 1965, vol. I, 125.

19 EDWARDS R.H. et CHENG H.K. A.I.A.A. J., 1966, 4, n° 3, 558.

20 EDWARDS R.H. et CHENG H.K. Rarefied gas dynamics, ed. Brundin C.L. Acad. Press, New York, 1967, vol. I, 819.

21 HAMEL B.B. et WILLIS D.R. Phys. Fluids, 1966, 9, n° 5, 829

22 WILLIS D.R. et HAMEL B.B. Rarefied gas dynamics, ed. Brundin C.L. Acad. Press, New York, 1967, Vol. I, 837.

23 KNUTH E.L. et FISCHER S.S. J. Chem. Phys., 1968, 48, n° 4, 1674.

24 KENNARD E.H. Kinetic theory of gases, Mc Graw Hill, New York, 1938.

25 PRESENT R.O. Kinetic theory of gases, Mc Graw Hill, New York, 1958.

26 HIRSCHFELDER J.O., CURTISS C.F. et BIRD R.B. Molecular theory of gases and liquids, John Wiley, New York, 1954.

27 ERDELYI A., MAGNUS W., OBERHETTINGER F. et TRICOMI F.G. Higher Transcendental funtions, Mc Graw Hill Book Co, Inc., New York, 1953, Vol I, 248-295.

28 COOPER A.L. et BIENKOWSKI G.K. Rarefied gas dynamics, ed. Brundin C.L. Acad. Press, New York, 1967, Vol. I, 861.

29 MUNTZ E.P. Rarefied gaz dynamics, ed. Brundin C.L., Acad. Press, New York, 1967, Vol. II, 1257.

30 ABUAF M., ANDERSON J.B., ANDRES R.P., FENN J.B. et MILLER D.R. Rarefied gas dynamics, ed. Brundin C.L., Acad. Press, New York, 1967, Vol. II, 1317.

31 JACOB C. Introduction mathématique à la mécanique des fluides, Gauthier-Villars, Paris, 1959.

32 CABANNES H. Théorie des ondes de choc, Handbuch der Physik, Fluid dynamics III, Springer-Verlag, Berlin, 1960.

33 ZAPATA R.N., PARKER H.M. et BODINE I.H. Rarefied gas dynamics, ed. Talbot C., Acad. Press, New York, 1961, 67.

34 BIER K. et HAGENA O. Rarefied gas dynamics, ed. de Leeuw J.H. Acad. Press, New York, 1966, Vol. II, 260.

35 BOSSEL U., HURLBUT F.C. et SHERMAN F.S. Rarefied gas dynamics, ed. Trilling L. et Wachman H.Y., Acad. Press, New York, 1969, Vol. II, 945.

36 CAMPARGUE R. Entropie, 1969, n° 30, 15.

37 KNUTH H.L. et KULUVA N.M. AGARD Conf. Proc., n° 12, 1967, Vol. I, 277.

38 BECKER E.W. et HENKES W. Z. Phys., 1956, 146, 320.

39 PAULY H. et TOENNIES J.P. Advances in atomic and molecular Physics, Acad. Press, New York, 1965, Vol. I, 227.

40 HAGENA O.et MORTON H.S. Rarefied gas dynamics, ed. Brundin C.L., Acad. Press, New York, 1967, Vol. II, 1369.

41 HAGENA O. et SCHÜLLER P. Z. angew. Phys., 1964, 17, 542.

42 HAGENA O. et VARMA A.K. Rev. Sc. Inst., 1968, 39, n° 1, 47.

43 PARKER H.M., KUHLTHAU A.R., ZAPATA R. et SCOTT J.E. Rarefied gas dynamics, ed. Devienne F.M., Pergamon Press, New York, 1960, 69.

44 ANDERSON J.B., ANDRES R.P. et FENN J.B. Advances in Chemical Physics, ed. Ross J., John Wiley, New York, 1966, Vol. X, 275.

45 CAMPARGUE R. Rarefied gas dynamics, ed. de Leeuw J.H., Acad. Press, New York, 1966, Vol. II, 279.

46 FENN J.B. et ANDERSON J.B. Rarefied gas dynamics, ed. de Leeuw J.H., Acad. Press, New York, 1966, Vol. II, 311.

47 BROWN R.F. et HEALD J.H. Rarefied gas dynamics, ed. Brundin C.L. Acad. Press, New York, 1967, Vol. II, 1407.

48 GOVERS T.R., LE ROY R.L. et DECKERS J.M. Rarefied gas dynamics, ed. Trilling L. et Wachman H.Y., Acad. Press, New York, 1969, Vol. II, 985.

49 ECKELT W.R., HOSE H. et SCHÜGERL K. Z. Naturforsch., 1969, 24a, 1365.

50 SCOTT J.E. et PHIPPS J.A. Rarefied gas dynamics, ed. Brundin C.L., Acad. Press, New York, 1967, Vol. II, 1337.

51 BIER K. et HAGENA O. Rarefied gas dynamics, ed. Laurmann J.A., Acad. Press, New York, 1963, Vol. I, 478.

52 CAMPARGUE R. Rarefied gas dynamics, ed. Trilling L. et Wachman H.Y., Acad. Press, New York, 1969, Vol. II, 1003.

53 FRENCH J.B. et MICHAËL G.F. Rarefied gas dynamics, ed. Brundin C.L., Acad. Press, New York, 1967, Vol. II, 1384.

54 BOSSEL U. Entropie, Nov.Déc., 1971, à paraître.

55 DUSHMAN S. Scientific foundations of vacuum technique John Wiley, 1962.

56 CAMPARGUE R. Entropie, 1967, n° 18, 55.

57 AURICH V. Thèse, Braunschweig, 1968.

58 SCOLES G. et TORELLO F. Meccanica, 1968, 3, n° 1, 20.

59 VYSE R., HEGGIE J.C. et CRADDOCK M.K. Rarefied gas dynamics, ed. Trilling L. et Wachman H.Y., Acad. Press, New York, 1969, Vol. II, 939.

60 LE ROY R.L., GOVERS T.R. et DECKERS J.M. Canad. J. Chem., 1970, 48, n° 6, 927.

61 LE ROY R.L. et GOVERS T.R. Canad. J. Chem., 1970, 48, n° 11, 1743.

62 DECKERS J.M. et FENN J.B. Rev. Sc. Inst., 1963, 34, n° 1, 96.

63 CAMPARGUE R. The Chem. Soc. London Spec. Publi. n° 20, Acad. Press, New York et London, 1966, 287.

64 FENN J.B. Entropie, 1967, n° 18, 11.

65 WINICUR D.H., KNUTH E.L. et RODGERS W.E. Entropie, 1969, n° 30, 154.

66 BARATZ B. et ANDRES R.P. J. Chem. Phys., 1970, 52, n° 12, 6145.

67 PHIPPS J.A. et SCOTT J.E. Entropie, 1969, n° 30, 148.

68 AUDIT Ph. et ROUAULT M. C.R. Acad. Sc., 1967, 264, 373.

69 HAGENA O. et HENKES W. Z. Naturforsch, 1960, 15a, 1851.

70 CAMPARGUE R. et BRETON J.P. Entropie , Nov. Déc., 1971, à paraître.

71 BAUCHERT J. et HAGENA O. Z. Naturforsch. 1965, 20a, 1135.

72 TAHOURDIN P.A. Oxford Rept, n° 36 Br 694, Clarendon Labo., Oxford, England, 1946.

73 BECKER E.W., BIER K. et BURGHOFF H. Z. Natur., 1955, 10a, 565.

74 ZIGAN F. Z. Natur., 1962, 17a, 772.

75 MIKAMI H. et TAKASHIMA Y. Bull. of Tokyo Inst. of Techn., 1964, 61, 67.

76 CHAPMAN S. et COWLING T.G. The mathematical theory of non-uniform gases Cambridge, 1970.

77 ROTHE D.E. Phys. Fluids, 1966, 9, 1643.

78 ANDERSON J.B. A I Ch E Journal, 1967, 13, 1188.

79 WATERMAN P.C. et STERN S.A. J. Chem. Phys., 1959, 31, n° 2, 405.

80 STERN S.A., WATERMAN P.C. et SINCLAIR T.F. J. Chem. Phys., 1960, 33, 805.

81 GOSE E.E. A I Ch E Journal, 1960, 6, 168.

82 MIKAMI H. et OYAMA Y. Bull. Tokyo Inst. Techn., 1962, 49, 167.

83 SEBACHER D.I., GUY R.W. et LEE L.P., Rarefied gas dynamics, ed. Trilling L. et Wachman H.J. Acad. Press, New York, 1969, Vol. II, 931.

84 CAMPARGUE R. et CONSTANT M. 8ème Symposium Gaz Raréfiés, Stanford,1972.

85 AURICH V. et SCHÜGERL K. Entropie, 1969, n° 30, 21.

86 CHOW R.R. Research Report N E, 1962, n° 150206.

87 CHANG J.H. et FENN J.E. 7ème Symposium Rarefied gas dynamics Pise, 1970, à paraître.

88 BECKER E.W., BEYRICH W., BIER K., BURGHOFF H. et ZIGAN F. Z. Natur., 1957, 12a, 609.

89 VALLEAU J.P. et DECKERS J.M. Canad. J. Chem., 1965, 43, 6.

90 KLINGELHOFER R. et LOHSE P. Phys. Fluids, 1964, 7, 379.

91 CAMPARGUE R. J. Chem. Phys., 1970, 52, 1795.

92 MILLER D.R. et ANDRES R.P. Rarefied gas dynamics, ed. Trilling L. et Wachman H.J., Acad. Press, New York, 1969, Vol. II, 1385.

93 ANDERSON J.B. Entropie, 1967, n° 18, 33.

94 ABUAF N., ANDERSON J.B., ANDRES R.P., FENN J.B. et MARSDEN D.G. Sciences, 1967, 155, 997.

95 ABUAF F., ANDERSON J.B., ANDRES R.P. et FENN J.B. AGARD Conf. Proc., 1968, n° 12, 1.

96 MILLER D.R. Doctoral Thesis, Princeton Univ., 1966.

97 GELEBART F. D.E.S., Rennes, 1960.

98 HUCHON G. D.E.S., Rennes, 1967.

99 TREGUIER J.P. Thèse 3ème Cycle, Rennes, 1969.

100 HAGENE M., PASQUERAULT D. et TREGUIER J.P. C.R. Acad. Sc., 1969, 268, 1354.

101 PASQUERAULT D., TREGUIER J.P. et HAGENE M. C.R. Acad. Sc., 1969, 269, 12.

102 TREGUIER J.P., HAGENE M. et PASQUERAULT D. J. Phys. Appl., 1970, 5, 343.

103 HAGENE M. et PASQUERAULT D. Entropie Nov.Déc. 1971, à paraître.

V U :

Le Président de la Thèse

M. VACHER

V U :

Le Directeur de Thèse

M. VACHER

VU et APPROUVE

RENNES, le 15 Mai 1972
Le Directeur de l'U.E.R.
"Structure et Propriétés de la Matière",

D. GRANDJEAN

VU et PERMIS D'IMPRIMER N° 97 A
RENNES, le 2 Juin 1972
Le Président de l'Université de RENNES,

C. CHAMPAUD.